



การพัฒนาตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง*

THE DEVELOPMENT OF INDICATORS AND EVALUATION CRITERIA OF
COMPETENCY IN MATHEMATICAL PROOFS FOR PRE-SERVICE MATHEMATICS
TEACHERS BY USING THE MODIFIED DELPHI TECHNIQUE

สมพล พวงสัน*, ขวัญ เพียชัย, สุกัญญา หะยีสและ, เอนก จันทร์จรรญ

Sompon Puangsun*, Khawn Piasai, Sukanya Hajisalah, Anek Janjaroon

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร ประเทศไทย

Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Bangkok, Thailand

*Corresponding author E-mail: sompon.ps@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ด้วยเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง การวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบผสมผสาน กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยนี้เป็นผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 17 คน ได้จากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง จำนวน 3 ฉบับ สถิติที่ใช้ในการวิจัยนี้ ได้แก่ ความถี่ ร้อยละ มัธยฐาน และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ ผลการวิจัยพบว่า สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ตัวชี้วัด ใน 3 องค์ประกอบ ดังนี้ องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 1.1 เขียนจำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ ตัวชี้วัด 1.2 เขียนแสดงโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ และตัวชี้วัด 1.3 เขียนแสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ องค์ประกอบที่ 2 การแสดงผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 2.1 เขียนอ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ และตัวชี้วัด 2.2 เขียนแสดงผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ และองค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 3.1 เขียนคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสื่อความได้ และตัวชี้วัด 3.2 เขียนเรียบเรียงภาษาในการพิสูจน์อย่างเหมาะสมได้ พร้อมด้วยเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัด โดยแต่ละตัวชี้วัดมีค่ามัธยฐานเท่ากับ 5.00 (เหมาะสมมากที่สุด) และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์เท่ากับ 0.00 (สอดคล้องกันสูงมาก) ส่วนเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัดมีค่ามัธยฐานตั้งแต่ 4.00 ถึง 5.00 (เหมาะสมมากถึงมากที่สุด) และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ตั้งแต่ 0.00 ถึง 1.00 (สอดคล้องกันสูงถึงสูงมาก) โดยทุกตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัดผ่านฉันทามติของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ

คำสำคัญ: สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์, ตัวชี้วัด, เกณฑ์การประเมิน, เทคนิคเดลฟาย

Abstract

This research aimed to develop indicators and evaluation criteria of competency in mathematical proofs for pre-service mathematics teachers by the modified Delphi technique. This research is mixed-methods research. The sample consisted of 17 experts, which was obtained by purposive sampling. The research instruments were three questionnaires for the modified Delphi technique. The statistics used in this research included frequency, percentages, medians, and interquartile ranges. The results of the research revealed that competency in mathematical proofs for pre-service mathematics teachers consists of seven indicators in three components. The first component, problem-solving in mathematical proofs, consisted of Indicator 1.1 Able to write a classification of what is given and what must be proved; Indicator 1.2 Able to write a proof structure for what must be proved; and Indicator 1.3 Able to write a step-by-step proof that leads to a conclusion. The second component, mathematical reasoning, consisted of Indicator 2.1 Able to write, referring to the given statements or the assumptions in proving; and Indicator 2.2 Able to write, giving reasons for proving by mathematical structures. And the third component, mathematical communication, consisted of Indicator 3.1 Ability to write mathematical terms and symbols meaningfully; and Indicator 3.2 Ability to write languages appropriately in proof. Additionally, there were evaluation criteria for each indicator. Each indicator has a median of 5.00 (most appropriate) and an interquartile range of 0.00 (very high consistency). The evaluation criteria for each indicator have a median of 4.00 to 5.00 (very appropriate to most appropriate) and an interquartile range of 0.00 to 1.00 (high consistency to very high consistency). Moreover, all indicators and evaluation criteria for each indicator have passed the consensus of the expert group.

Keywords: Mathematical Proof Competency, Indicator, Evaluation Criteria, Delphi Technique

บทนำ

การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างสมเหตุสมผลโดยการใช้ข้อเท็จจริงที่ยอมรับมาแล้วและข้อมูลที่กำหนดเป็นข้ออ้าง แล้วใช้รูปแบบของการให้เหตุผลนำไปสู่ผลสรุปที่ต้องการ (ยุพิน พิพิธกุล และปรีชา เนาว่าเย็นผล, 2562) ซึ่งสัมพันธ์กับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ประกอบด้วย พจน์อนิยาม พจน์นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท (ปรารธนา ใจผ่อง, 2562) การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (Tsamir, P. et al., 2009) โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักศึกษาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ทั้งในการศึกษารายวิชาทางการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานต่อไป แต่นักศึกษาคณิตศาสตร์ยังคงประสบกับปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (สมพล พวงสั้น และคณะ, 2567)

สมรรถนะเป็นความสามารถของบุคคลในระดับที่สามารถปฏิบัติงานใดงานหนึ่งได้สำเร็จ โดยใช้ความรู้ ทักษะ เจตคติหรือคุณลักษณะที่ตนมีอยู่ ซึ่งสมรรถนะในบริบททางการศึกษาสามารถจำแนกได้เป็นสมรรถนะหลัก และสมรรถนะเฉพาะ โดยสมรรถนะหลักมีลักษณะเป็นสมรรถนะข้ามวิชาหรือคร่อมวิชา สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้น แก่ผู้เรียนได้ในวิชาที่หลากหลาย ส่วนสมรรถนะเฉพาะเป็นสมรรถนะเฉพาะวิชาหรือสาขาวิชาซึ่งจำเป็นสำหรับวิชานั้น ๆ (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2566) ในปัจจุบัน การจัดการเรียนรู้ฐานสมรรถนะได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการ จัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับอุดมศึกษา รวมถึงการผลิตบัณฑิตครูคณิตศาสตร์ ของกลุ่มมหาวิทยาลัยราชภัฏ ทั้งนี้ เมื่อพิจารณาตามหลักสูตรศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่ม มหาวิทยาลัยราชภัฏ จะพบว่า สมรรถนะหนึ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ คือ สมรรถนะ ที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสมรรถนะที่ต้องการให้นักศึกษาครูคณิตศาสตร์สามารถอธิบาย หลักการ บทนิยาม และทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงสามารถพิสูจน์และให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ (มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนรินทร์, 2562) ซึ่งสมรรถนะนี้จะเป็นสมรรถนะเฉพาะของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การเรียนการสอนฐานสมรรถนะไม่ว่าจะเป็นสมรรถนะหลักหรือสมรรถนะเฉพาะ จำเป็นต้องศึกษา และสังเคราะห์ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะนั้นให้ชัดเจน เพื่อเป็นแนวทางส่งเสริมหรือพัฒนา สมรรถนะนั้นให้มีประสิทธิภาพต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ฐานสมรรถนะ คือ สมรรถนะเป็นฐาน ผสานตัวชี้วัด (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2563)

เทคนิคเดลฟาย (Delphi Technique) เป็นกระบวนการที่ใช้ในการตัดสินใจหรือลงข้อสรุปในเรื่องใด เรื่องหนึ่งอย่างเป็นระบบซึ่งปราศจากการเผชิญหน้าโดยตรงของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ ด้วยวิธีการรวบรวมและสอบถาม ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (นิภาพรณ เจนสันติกุล, 2560) ดังนั้นเทคนิคนี้จึงทำให้ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมีอิสระ ในการตอบหรือแสดงความคิดเห็นในเรื่องเดียวกัน โดยไม่ถูกครอบงำด้วยกระบวนการกลุ่ม (บุญมี พันธุ์ไทย, 2565) เทคนิคเดลฟายถูกนำไปใช้ประโยชน์ทางด้านการศึกษาทั้งในการสร้างแนวทางการจัดการศึกษา กำหนดมาตรฐาน การศึกษา และทำนายแนวโน้มทางการศึกษา (Green, R. A., 2014) รวมถึงนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาตัวชี้วัด และเกณฑ์การประเมินของการปฏิบัติงานหรือสมรรถนะในบริบทต่าง ๆ ดังเช่น การพัฒนาตัวบ่งชี้สมรรถนะการ ออกแบบการเรียนการสอนของนักศึกษาสาขาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา (มินตรา นามมูลตรี และรัชนิวรรณ ตั้งภักดี, 2563) และในปัจจุบันได้มีการปรับกระบวนการของเทคนิคเดลฟายแบบดั้งเดิมเพื่อลดข้อจำกัดในหลายแนวทาง เช่น การใช้แบบสอบถามปลายปิดหรือการใช้การสัมภาษณ์แทนการตอบแบบสอบถามปลายเปิดในรอบแรก การใช้ คอมพิวเตอร์เป็นฐานโดยใช้ระบบจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ส่งไฟล์แบบสอบถามไปยังกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ เป็นต้น ซึ่งเรียก เทคนิคเดลฟายที่มีการปรับกระบวนการตามแนวทางเหล่านี้ว่า เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง (ชัชวาล ทัชชีวัต, 2553)

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยนี้จะเป็นข้อมูลสำคัญสำหรับการ วัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ฐานสมรรถนะ รวมถึงเป็นแนวทางในการเสริมสร้างสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ต่อไป อนึ่ง การวิจัยนี้ดำเนินการด้วยเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง ซึ่งจะได้ข้อมูลที่เป็นทฤษฎีและฉันทามติจากกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ



ที่มีประสบการณ์ตรงในการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้ผลของการพัฒนามีความเหมาะสม และสอดคล้องกับบริบทที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนการสอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และมีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้จริง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ด้วยเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้ดำเนินการโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเอกสารและเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง มีรายละเอียด ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยนี้เป็นผู้เชี่ยวชาญที่มีคุณสมบัติ ประกอบด้วย 1) เป็นผู้มีความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือมีความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และดำรงตำแหน่งทางวิชาการตั้งแต่ระดับผู้ช่วยศาสตราจารย์ทางด้านคณิตศาสตร์ขึ้นไป 2) มีประสบการณ์การสอนในระดับอุดมศึกษาตั้งแต่ 5 ปี ขึ้นไป และ 3) มีประสบการณ์การสอนรายวิชา หลักการทางคณิตศาสตร์ หรือรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับปริญญาตรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นผู้เชี่ยวชาญที่มีคุณสมบัติครบตามที่กำหนดไว้ จำนวน 17 คน ซึ่งเป็นไปตามข้อกำหนดของจำนวนผู้เชี่ยวชาญที่เหมาะสมสำหรับเทคนิคเดลฟาย (นิภาพรรณ เจนสันติกุล, 2560) ได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ประกอบด้วย 1) แบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 1 มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงต่อตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบสอบถามปลายปิดและปลายเปิด โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาในแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินของตัวชี้วัดนั้นว่า เห็นด้วย เห็นด้วยโดยมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติม หรือไม่เห็นด้วยโดยมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติม 2) แบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาระดับความเหมาะสมของแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) ด้วยการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง ซึ่งแบบสอบถามรอบนี้มีลักษณะเป็นแบบสอบถามแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ของระดับความเหมาะสม 5 ระดับ ได้แก่ มากที่สุด (ระดับ 5) มาก (ระดับ 4) ปานกลาง (ระดับ 3) น้อย (ระดับ 2) และน้อยที่สุด (ระดับ 1) และ 3) แบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 3 มีความมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงพิจารณายืนยันระดับความเหมาะสมของแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) จากการตอบแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 ซึ่งแบบสอบถามรอบนี้มีลักษณะเป็นแบบสอบถามแบบมาตราส่วนประมาณค่าเช่นเดียวกับ

แบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 โดยเพิ่มตำแหน่งของระดับความเหมาะสมที่ผู้เชี่ยวชาญท่านนั้นตอบไว้ในแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 และแสดงข้อมูลป้อนกลับเชิงสถิติจากการตอบของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด ประกอบด้วย ตำแหน่งของมัธยฐานและขอบเขตพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาตอบคำถามเดิมของตนเองเทียบกับข้อมูลป้อนกลับเชิงสถิติ ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านสามารถเปลี่ยนแปลงคำตอบจากเดิมหรือยืนยันคำตอบเดิมของตนเอง ทั้งนี้ ในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ แล้วจัดทำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเสนอต่อคณาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท รมถึงได้รับการตรวจสอบความเหมาะสมของ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งเป็นผู้ช่วยศาสตราจารย์ทางด้านสถิติและการประเมินผลทางการศึกษา พบว่าแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง จำนวน 3 ฉบับ มีค่าเฉลี่ยของความเหมาะสมโดยรวม เท่ากับ 4.67 4.73 และ 4.87 ตามลำดับ ซึ่งเป็นแบบสอบถามที่มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดนิยามของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และนิยามของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เป็นข้อตกลงเบื้องต้นด้านความหมายในการศึกษานี้ แล้วสังเคราะห์ข้อมูลและจัดทำตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์

3.2 ผู้วิจัยติดต่อและประสานงานกับผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงที่มีคุณสมบัติครบถ้วนตามที่กำหนดไว้ จำนวน 17 คน พร้อมส่งหนังสือขอความอนุเคราะห์เป็นผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง

3.3 ผู้วิจัยส่งแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงแต่ละรอบในรูปของไฟล์ข้อมูลผ่านทางจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ให้กับผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่าน โดยกำหนดให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาและส่งกลับในแต่ละรอบของเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงภายในระยะเวลา 7 วัน ผ่านทางจดหมายอิเล็กทรอนิกส์

3.4 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลการตอบกลับของแบบสอบถามสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงในแต่ละรอบเพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละรอบของเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 วิเคราะห์ความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 1 ด้วยการวิเคราะห์เชิงปริมาณโดยใช้ความถี่และร้อยละ รวมถึงการวิเคราะห์เชิงคุณภาพโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

4.2 วิเคราะห์ความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 และรอบที่ 3 ด้วยการวิเคราะห์เชิงปริมาณโดยใช้มัธยฐาน (Median: Med) และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ (Interquartile Range: IQR) ของความเหมาะสมในแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด รวมถึงการวิเคราะห์เชิงคุณภาพโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา

4.3 แปลผลความเหมาะสมและความสอดคล้องกันของแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินตามความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญสำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 3 ดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2 (พิชามญช์ กาหลง, 2564) และพิจารณาเกณฑ์ฉันทามติของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญสำหรับแต่ละตัวชี้วัดและเกณฑ์



การประเมินของตัวชี้วัด คือ ต้องมีค่ามัธยฐานตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป และมีค่าพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ไม่เกิน 1.50 จึงจะถือว่า มีความสอดคล้องและเหมาะสมที่จะนำไปใช้ (ฉันทนา ปาปดธา, 2563)

ตารางที่ 1 การแปลผลความเหมาะสมจากความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ

มัธยฐาน (Med)	การแปลผลความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ
น้อยกว่า 1.50	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นเหมาะสมน้อยที่สุด
1.50 - 2.49	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นเหมาะสมน้อย
2.50 - 3.49	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นเหมาะสมปานกลาง
3.50 - 4.49	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นเหมาะสมมาก
ตั้งแต่ 4.50 ขึ้นไป	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 2 การแปลผลความสอดคล้องจากความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ

พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ (IQR)	การแปลผลความคิดเห็นของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ
0.00 - 0.99	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นสอดคล้องกันสูงมาก
1.00 - 1.99	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นสอดคล้องกันสูง
2.00 - 2.99	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นสอดคล้องกันต่ำ
ตั้งแต่ 3.00 ขึ้นไป	กลุ่มผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นในรายการนั้นไม่สอดคล้องกัน

ผลการวิจัย

ผลจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ กำหนดนิยามของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงการอ้างเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ เพื่อทำให้เกิดข้อสรุปที่ต้องการด้วยการใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ข้อสมมติ บทนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทที่ได้รับการพิสูจน์มาก่อนอย่างสมเหตุสมผล และกำหนดนิยามของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักศึกษาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้จนประสบความสำเร็จ เมื่อพบกับเนื้อหาใหม่หรือเนื้อหาที่ซับซ้อนขึ้นในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่มีอยู่ในตนเอง ส่วนผลการสังเคราะห์เอกสารเพื่อจัดทำตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) เป็นดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 3 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์		
ตัวชี้วัด 1.1	0 คะแนน	ไม่จำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์
เขียนจำแนกสิ่งที่กำหนดให้		หรือจำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	1 คะแนน	จำแนกสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่จำแนกสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
		หรือจำแนกสิ่งที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่จำแนกสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้อง
	2 คะแนน	จำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้องอย่างครบถ้วน

ตารางที่ 3 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
ตัวชี้วัด 1.2 เขียนระบุโครงสร้างการพิสูจน์ ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	0 คะแนน	ไม่มีการระบุโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ <u>หรือ</u> มีการระบุโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
	1 คะแนน	มีการระบุโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบถ้วน
	2 คะแนน	มีการระบุโครงสร้างการพิสูจน์ได้ถูกต้องอย่างครบถ้วน
ตัวชี้วัด 1.3 เขียนแสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุป อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้	0 คะแนน	ไม่แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุป <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปไม่ถูกต้อง <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้เพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเป็นบางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	4 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	6 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์		
ตัวชี้วัด 2.1 เขียนอ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้หรือ ข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้	0 คะแนน	ไม่อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ <u>หรือ</u> อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้อง เพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	ใช้สิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องเป็นบางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	ใช้สิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	3 คะแนน	ใช้สิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
ตัวชี้วัด 2.2 เขียนระบุเหตุผลประกอบการ พิสูจน์ด้วยโครงสร้างทาง คณิตศาสตร์ได้	0 คะแนน	ไม่ระบุเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ <u>หรือ</u> ระบุเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	ระบุเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียง บางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 50 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	ระบุเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็น ส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	3 คะแนน	ระบุเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องอย่าง ครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)



ตารางที่ 3 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์		
ตัวชี้วัด 3.1 เขียนคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสื่อความได้	0 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้ไม่ส่วนใหญ่ (หรือน้อยกว่าร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้เป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้อย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
ตัวชี้วัด 3.2 เขียนเรียบเรียงภาษาอย่างเหมาะสมได้	0 คะแนน	เรียบเรียงภาษาอย่างเหมาะสมได้ไม่ส่วนใหญ่ (หรือน้อยกว่าร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	เรียบเรียงภาษาอย่างเหมาะสมได้เป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 70 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	เรียบเรียงภาษาอย่างเหมาะสมได้อย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)

จากตารางที่ 3 จะเห็นว่า ตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) มีทั้งหมด 7 ตัวชี้วัด ใน 3 องค์ประกอบ ซึ่งในแต่ละตัวชี้วัดมีเกณฑ์การประเมินเป็น 3 ระดับและ 4 ระดับ และมีผลการศึกษาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ด้วยเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 1 ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) โดยใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 1

ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมิน ของสมรรถนะการพิสูจน์ทาง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง)	จำนวน (ร้อยละ)			
	เห็นด้วย			ไม่เห็นด้วย โดยมี ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
	ไม่มีข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม	มีข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม	รวม	
องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์				
ตัวชี้วัด 1.1	16 (94.12)	1 (5.88)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.1	9 (52.94)	6 (35.29)	15 (88.24)	2 (11.76)
ตัวชี้วัด 1.2	11 (64.71)	6 (35.29)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.2	13 (76.47)	4 (23.53)	17 (100.00)	0 (0.00)
ตัวชี้วัด 1.3	14 (82.35)	3 (17.65)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.3	8 (47.06)	7 (41.18)	15 (88.24)	2 (11.76)
องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์				
ตัวชี้วัด 2.1	16 (94.12)	1 (5.88)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 2.1	6 (35.29)	8 (47.06)	14 (82.35)	3 (17.65)

ตารางที่ 4 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่อตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) โดยใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมิน ของสมรรถนะการพิสูจน์ทาง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง)	จำนวน (ร้อยละ)			
	เห็นด้วย			ไม่เห็นด้วย โดยมี ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม
	ไม่มีข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม	มีข้อเสนอแนะ เพิ่มเติม	รวม	
ตัวชี้วัด 2.2	14 (82.35)	3 (17.65)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 2.2	9 (52.94)	6 (35.29)	15 (88.24)	2 (11.76)
องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์				
ตัวชี้วัด 3.1	15 (88.24)	2 (11.76)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 3.1	4 (23.53)	11 (64.71)	15 (88.24)	2 (11.76)
ตัวชี้วัด 3.2	15 (88.24)	2 (11.76)	17 (100.00)	0 (0.00)
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 3.3	3 (17.65)	11 (64.71)	14 (82.35)	3 (17.65)

จากตารางที่ 4 จะเห็นว่า แต่ละตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) มีผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วยรวม จำนวน 17 คน (ร้อยละ 100.00) ซึ่งเห็นด้วยโดยไม่มีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจำนวน 11 - 16 คน (ร้อยละ 64.71 - 94.12) ส่วนเกณฑ์การประเมินในแต่ละตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) มีผู้เชี่ยวชาญเห็นด้วย รวมจำนวน 14 - 17 คน (ร้อยละ 82.35-100.00) แต่เห็นด้วยโดยไม่มีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจำนวน 3 - 13 คน (ร้อยละ 17.65 - 76.47) ทั้งนี้มีประเด็นหลักจากข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ได้แก่ การใช้คำในตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมิน การกำหนดระดับและร้อยละของเกณฑ์การประเมิน ซึ่งมีผลการปรับปรุงตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์		
ตัวชี้วัด 1.1	0 คะแนน	ไม่จำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์
เขียนจำแนกสิ่งที่กำหนดให้		หรือจำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	1 คะแนน	จำแนกสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่จำแนกสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
		หรือจำแนกสิ่งที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่จำแนกสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้อง
	2 คะแนน	จำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้อง
ตัวชี้วัด 1.2	0 คะแนน	ไม่แสดงโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์
เขียนแสดงโครงสร้างการพิสูจน์		หรือแสดงโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้	1 คะแนน	แสดงโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบถ้วน
	2 คะแนน	แสดงโครงสร้างการพิสูจน์ได้ถูกต้องครบถ้วน



ตารางที่ 5 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
ตัวชี้วัด 1.3 เขียนแสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุป อย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้	แนวทางที่ 1	
	0 คะแนน	ไม่แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุป <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปไม่ถูกต้อง <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 30 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเป็นบางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 30 ถึงร้อยละ 59 ของทั้งหมด)
	4 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึงร้อยละ 89 ของทั้งหมด)
	6 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องอย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
	แนวทางที่ 2	
	0 คะแนน	ไม่แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุป <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปไม่ถูกต้อง <u>หรือ</u> แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 15 ของทั้งหมด
	1 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 15 ถึง ร้อยละ 29 ของทั้งหมด
	2 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 30 ถึง ร้อยละ 44 ของทั้งหมด
	3 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 45 ถึง ร้อยละ 59 ของทั้งหมด
	4 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึง ร้อยละ 74 ของทั้งหมด
	5 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 75 ถึง ร้อยละ 89 ของทั้งหมด
	6 คะแนน	แสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปเป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องตั้งแต่ร้อยละ 90 ของ ทั้งหมด
องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์		
ตัวชี้วัด 2.1 เขียนอ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้หรือ ข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้	0 คะแนน	ไม่อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ <u>หรือ</u> อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้อง เพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 30 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องเป็น บางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 30 ถึงร้อยละ 59 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องเป็นส่วน ใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึงร้อยละ 89 ของทั้งหมด)

ตารางที่ 5 ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด	
	ระดับ	คำอธิบาย
ตัวชี้วัด 2.2 เขียนแสดงเหตุผลประกอบการ พิสูจน์ด้วยโครงสร้างทาง คณิตศาสตร์ได้	3 คะแนน	อ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้และ/หรือข้อสมมติประกอบ การพิสูจน์ได้ถูกต้องอย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
	<u>หมายเหตุ</u> กรณีสิ่งที่กำหนดให้หรือข้อสมมติมีอ้างอิงน้อยกว่า 3 จุด จะใช้จำนวนการอ้างอิงของสิ่งที่กำหนดให้หรือข้อสมมติเป็นระดับคะแนน	
	0 คะแนน	ไม่แสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
		หรือแสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย (หรือน้อยกว่าร้อยละ 30 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	แสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 30 ถึงร้อยละ 59 ของทั้งหมด)
องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	2 คะแนน	แสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึงร้อยละ 89 ของทั้งหมด)
	3 คะแนน	แสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องอย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
	ตัวชี้วัด 3.1	
	0 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้ไม่ส่วนใหญ่ (หรือน้อยกว่าร้อยละ 60 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้เป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึงร้อยละ 89 ของทั้งหมด)
ตัวชี้วัด 3.2	2 คะแนน	ใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สื่อความได้อย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
	0 คะแนน	เรียบเรียงภาษาในการพิสูจน์เหมาะสมได้ไม่ส่วนใหญ่ (หรือน้อยกว่าร้อยละ 60 ของทั้งหมด)
	1 คะแนน	เรียบเรียงภาษาในการพิสูจน์เหมาะสมได้เป็นส่วนใหญ่ (หรือตั้งแต่ร้อยละ 60 ถึงร้อยละ 89 ของทั้งหมด)
	2 คะแนน	เรียบเรียงภาษาในการพิสูจน์เหมาะสมได้อย่างครบถ้วน (หรือตั้งแต่ร้อยละ 90 ของทั้งหมด)
	องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	

จากตารางที่ 5 จะเห็นว่า ตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) มีทั้งหมด 7 ตัวชี้วัด ใน 3 องค์ประกอบ ซึ่งในแต่ละตัวชี้วัดมีเกณฑ์การประเมินเป็น 3 ระดับและ 4 ระดับ เช่นเดียวกับในฉบับร่าง ยกเว้นเกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.3 มีการนำเสนอแนวทางของเกณฑ์การประเมินเป็น 7 ระดับ และมีผลการประเมินความเหมาะสมของตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) โดยใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 และรอบที่ 3 ดังตารางต่อไปนี้



ตารางที่ 6 ความเหมาะสมของตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) โดยใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง รอบที่ 2 และรอบที่ 3

ตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมิน สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง)	รอบที่ 2		รอบที่ 3		การแปลผล	การแปลผล
	Med	IQR	Med	IQR	ความเหมาะสม	ความสอดคล้อง
องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์						
ตัวชี้วัด 1.1	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.1	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
ตัวชี้วัด 1.2	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.2	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
ตัวชี้วัด 1.3	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 1.3						
- แนวทางที่ 1	4.00	1.00	4.00	1.00	มาก	สูง
- แนวทางที่ 2	5.00	1.00	5.00	1.00	มากที่สุด	สูง
องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์						
ตัวชี้วัด 2.1	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 2.1	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
ตัวชี้วัด 2.2	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 2.2	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
องค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์						
ตัวชี้วัด 3.1	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 3.1	5.00	1.00	5.00	1.00	มากที่สุด	สูง
ตัวชี้วัด 3.2	5.00	0.00	5.00	0.00	มากที่สุด	สูงมาก
เกณฑ์การประเมินของตัวชี้วัด 3.2	5.00	1.00	5.00	1.00	มากที่สุด	สูง

จากตารางที่ 6 จะเห็นว่า ทุกตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง) มีค่ามัธยฐานเท่ากับ 5.00 (เหมาะสมมากที่สุด) และมีค่าพิสัยระหว่างควอร์ไทล์เท่ากับ 0.00 (สอดคล้องกันสูงมาก) ส่วนเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัดมีค่ามัธยฐานตั้งแต่ 4.00 ถึง 5.00 (เหมาะสมมากถึงมากที่สุด) และมีค่าพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ตั้งแต่ 0.00 ถึง 1.00 (สอดคล้องกันสูงถึงสูงมาก) โดยทุกตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัดผ่านฉันทามติของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ โดยไม่มีประเด็นข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับทุกตัวชี้วัด แต่มีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมสำหรับเกณฑ์การประเมินเกี่ยวกับการกำหนดเป็นช่วงร้อยละของเกณฑ์ประเมินในบางตัวชี้วัด การนำเกณฑ์ประเมินของตัวชี้วัด 1.3 ไปใช้กับข้อความทางคณิตศาสตร์ที่มีบทพิสูจน์สั้น และการพิจารณาความเหมาะสมที่ใช้ในเกณฑ์ประเมินของตัวชี้วัด 3.2



อภิปรายผล

จากการกำหนดนิยามของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จะเห็นถึงส่วนแรกเป็นการแสดงการอ้างเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ เพื่อทำให้เกิดข้อสรุปที่ต้องการอย่างสมเหตุสมผล (Taylor, J. & Garnier, R., 2014) และในส่วนที่สองเป็นการใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ข้อสมมติ บทนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทที่ได้รับการพิสูจน์มาก่อน (ปรารณา ใจผ่อง, 2562) ซึ่งทั้งสองส่วนนี้เป็นลักษณะเฉพาะของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ถูกกำหนดตามแนวคิดของสมรรถนะที่ต้องเกิดมาจากบุคคลได้ประยุกต์ใช้หรือบูรณาการใช้ทั้งความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะที่มีอยู่ในตนเอง (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2564) มิใช่แนวคิดของสมรรถนะ ที่ประกอบด้วย การมีความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะในแต่ละองค์ประกอบเพียงเท่านั้น โดยความสามารถของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่ต้องแสดงออกและมุ่งเน้นประเมินการปฏิบัติของสมรรถนะนี้ คือ การเขียนพิสูจน์ รวมถึงกำหนดเป็นการปฏิบัติได้อย่างประสบความสำเร็จ เมื่อพบกับเนื้อหาใหม่หรือเนื้อหาที่ซับซ้อนขึ้น (พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ และคณะ, 2566) ซึ่งทำให้สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มีความแตกต่างจากความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน ส่วนศักยภาพที่นำไปสู่สมรรถนะนี้ ประกอบด้วย ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะที่มีอยู่ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะถูกส่งเสริมให้ประยุกต์ใช้ร่วมกันเพื่อให้เกิดสมรรถนะนี้กับนักศึกษาครุต่อไป ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 3 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มี 3 ตัวชี้วัด ซึ่งเน้นประเมินการทำความเข้าใจกับปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการเขียนแสดงการพิสูจน์ องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ มี 2 ตัวชี้วัด ซึ่งเน้นประเมินการเขียนอ้างอิงและแสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ และองค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มี 2 ตัวชี้วัด ซึ่งเน้นประเมินการเขียนคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการเรียบเรียงภาษารวมทั้งหมด 7 ตัวชี้วัด พร้อมด้วยเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัด ซึ่งจะทำให้การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาใหม่หรือเนื้อหาที่ซับซ้อนขึ้นของนักศึกษาครุมีความชัดเจนและผู้อ่านสามารถพิจารณาตามได้ โดยตัวชี้วัดในองค์ประกอบที่ 1 สอดคล้องกับงานของ Varsavsky, C. et al. ที่พิจารณาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยเกณฑ์โครงสร้างการพิสูจน์และเกณฑ์การอ้างเหตุผลและความสมบูรณ์ (Varsavsky, C. et al., 2014) และยังสอดคล้องกับงานของ วีริศ กิตติวรากล ซึ่งพิจารณาในด้านการทำความเข้าใจในปัญหาและด้านการเขียนแสดงการพิสูจน์ (วีริศ กิตติวรากล, 2561) ส่วนตัวชี้วัดในองค์ประกอบที่ 2 สอดคล้องกับงานของ Bleiler, S. K. et al. ที่พิจารณาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในด้านของลำดับของหลักฐาน โครงสร้าง และความชัดเจน (Bleiler, S. K. et al., 2015) และยังสอดคล้องกับงานของ Varsavsky, C. et al. ซึ่งพิจารณาด้วยเกณฑ์การใช้ข้อสมมติและเกณฑ์การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Varsavsky, C. et al., 2014) รวมถึงสอดคล้องกับงานของ Schilling, K. ที่พิจารณาในด้านของทฤษฎี ทั้งการใช้ทฤษฎีบท บทตั้ง และบทนิยาม (Schilling, K., 2016) ในขณะที่ตัวชี้วัดในองค์ประกอบที่ 3 สอดคล้องกับงานของ Schilling, K. ที่พิจารณาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้คณิตศาสตร์และด้านการเขียนซึ่งเกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และกลไกในการเขียน (Schilling, K., 2016) และสอดคล้องกับงานของ วีริศ กิตติวรากล ในการพิจารณาด้านการใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ (วีริศ กิตติวรากล, 2561) ทั้งนี้ เกณฑ์การประเมินในแต่ละตัวชี้วัดมีการกำหนดระดับคะแนนรวมหรือการให้น้ำหนัก

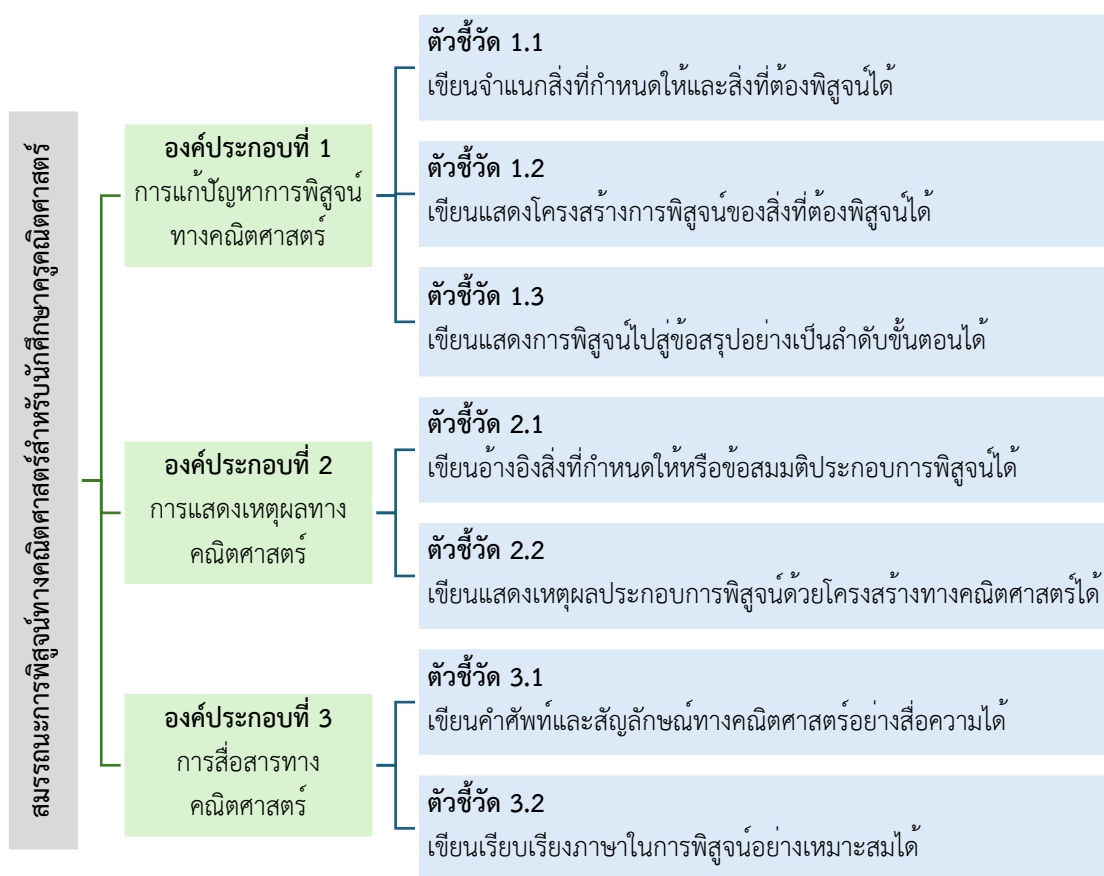


แตกต่างกัน (กฤษฎากาญจน์ โตพิทักษ์, 2563) ซึ่งสะท้อนถึงการให้ความสำคัญในแต่ละตัวชี้วัดแตกต่างกัน ซึ่งแต่ละตัวชี้วัดอาจถูกพิจารณาเป็นตัวชี้วัดหลักหรือตัวชี้วัดเสริมของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

จากการใช้เทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุง จะเห็นว่า ทุกตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมมากที่สุด และเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัดมีความเหมาะสมมากถึงมากที่สุด โดยผู้เชี่ยวชาญ สำหรับเทคนิคเดลฟายแบบปรับปรุงมีความคิดเห็นในทุกตัวชี้วัดสอดคล้องกันสูงมาก และมีความคิดเห็นในเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัดสอดคล้องกันสูงถึงสูงมาก ซึ่งทุกตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัดผ่านฉันทามติของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกลุ่มผู้เชี่ยวชาญเหล่านี้เป็นผู้มีประสบการณ์ในการจัดการเรียนการสอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จึงยิ่งเหมาะสมในการนำตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัดไปประยุกต์ใช้ในการวัดและประเมินผลสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป

องค์ความรู้ใหม่

ตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ตัวชี้วัด ใน 3 องค์ประกอบ ดังภาพที่ 1 พร้อมด้วยเกณฑ์ประเมินของแต่ละตัวชี้วัด



ภาพที่ 1 ตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละองค์ประกอบ

สรุปและข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยครั้งนี้สรุปได้ว่า สมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ตัวชี้วัด ใน 3 องค์ประกอบ ดังนี้ องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 1.1 เขียนจำแนกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ ตัวชี้วัด 1.2 เขียนแสดงโครงสร้างการพิสูจน์ของสิ่งที่ต้องพิสูจน์ได้ และตัวชี้วัด 1.3 เขียนแสดงการพิสูจน์ไปสู่ข้อสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้ องค์ประกอบที่ 2 การแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 2.1 เขียนอ้างอิงสิ่งที่กำหนดให้หรือข้อสมมติประกอบการพิสูจน์ได้ และตัวชี้วัด 2.2 เขียนแสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์ด้วยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ และองค์ประกอบที่ 3 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวชี้วัด 3.1 เขียนคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างสื่อความได้ และตัวชี้วัด 3.2 เขียนเรียบเรียงภาษาในการพิสูจน์อย่างเหมาะสมได้ พร้อมด้วยเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัด โดยแต่ละตัวชี้วัดมีค่ามัธยฐานเท่ากับ 5.00 (เหมาะสมมากที่สุด) และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์เท่ากับ 0.00 (สอดคล้องกันสูงมาก) ส่วนเกณฑ์การประเมินของแต่ละตัวชี้วัดมีค่ามัธยฐานตั้งแต่ 4.00 ถึง 5.00 (เหมาะสมมากถึงมากที่สุด) และพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ตั้งแต่ 0.00 ถึง 1.00 (สอดคล้องกันสูงถึงสูงมาก) โดยทุกตัวชี้วัดและเกณฑ์ประเมินในแต่ละตัวชี้วัดผ่านฉันทามติของกลุ่มผู้เชี่ยวชาญ และผลจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ 3 ข้อ ดังนี้ 1) อาจมีการปรับช่วงร้อยละของเกณฑ์ประเมินในบางตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับบริบทในชั้นเรียนนั้น 2) ควรนำตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นกรอบในการสร้างแบบทดสอบวัดสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้สามารถวัดผลการเรียนรู้ของนักศึกษาครูได้อย่างตรงประเด็นและเป็นระบบ และ 3) ควรมีการออกแบบและพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนหรือรูปแบบการเรียนการสอนตามตัวชี้วัดของสมรรถนะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู

เอกสารอ้างอิง

- กฤธยากาญจน์ โตพิทักษ์. (2563). การประเมินการปฏิบัติ: แนวคิดสู่การปฏิบัติ. พิษณุโลก: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ฉันทนา ปาปัดถา. (2563). การพัฒนาตัวบ่งชี้สมรรถนะวิชาชีพนักสื่อสารมวลชนดิจิทัลด้วยเทคนิคเดลฟาย. วารสารวิจัยและนวัตกรรม สถาบันการอาชีวศึกษากรุงเทพมหานคร, 3(1), 89-100.
- ชัชวาล ทัชชิวต์. (2553). การวิจัยด้วยเทคนิคเดลฟาย. วารสารรัฐประศาสนศาสตร์, 8(1), 185-223.
- นิภาพรณ เจนสันติกุล. (2560). การนำเทคนิคเดลฟายไปใช้สำหรับการวิจัย. วารสารรัฐศาสตร์ปริทรรศน์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 4(2), 47-64.
- บุญมี พันธุ์ไทย. (2565). เทคนิคเดลฟาย. วารสารปรัชญาดุษฎีบัณฑิตทางสังคมศาสตร์, 1(1), 8-22.
- ปรารธนา ใจผ่อง. (2562). แนวคิดหลักมูลของคณิตศาสตร์. เชียงใหม่: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พิชามญช์ กาลหลง. (2564). การพัฒนาตัวชี้วัดและเกณฑ์การประเมินงานจัดซื้อสินค้า สำหรับงานพัสดุมหาวิทยาลัยมหิดลด้วยวิธีเดลฟาย. วารสารการพัฒนางานประจำสู่งานวิจัย, 8(1), 44-52.



- พิมพ์พันธ์ เตชะคุปต์ และคณะ. (2566). การเรียนรู้เชิงรุกเสริมสร้างสมรรถนะ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์. (2562). หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2562. ฉะเชิงเทรา: มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์.
- มินตรา นามมูลตรี และรัชนิวรรณ ตั้งภักดี. (2563). การพัฒนาตัวบ่งชี้สมรรถนะการออกแบบการเรียนการสอน ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา. วารสารบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์, 14(1), 121-133.
- ยุพิน พิพิธกุล และปรีชา เนาว์เย็นผล. (2562). รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (2). ใน สาคร บุญดาว (บรรณาธิการ). ประมวลสาระชุดวิชา สาระดัดแปลงวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 6-10 (หน้า 1-65). นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมิกราช.
- วีรศ กิตติวรากุล. (2561). การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra. ใน วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมพล พวงสั้น และคณะ. (2567). การศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา ครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ ด้วยการประเมินตนเอง. วารสารวิชาการ ครุศาสตร์ สานสนันทา, 8(1), 85-98.
- สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2564). พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพมหานคร: ธนาเพรส.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2563). การจัดการเรียนรู้ฐานสมรรถนะเชิงรุก. กรุงเทพมหานคร: 21 เซ็นจูรี. _____ (2566). เข้าใจสมรรถนะอย่างง่าย ๆ ฉบับประชาชน และเข้าใจหลักสูตรฐานสมรรถนะอย่างง่าย ๆ ฉบับ ครู ผู้บริหาร และบุคลากรทางการศึกษา (ฉบับปรับปรุง). กรุงเทพมหานคร: 21 เซ็นจูรี.
- Bleiler, S. K. et al. (2015). Community development and evolution of a rubric for proof writing. In Suurtamm, C. & McDuffie, A. R. (Eds.), Annual perspectives in mathematics education 2015: Assessment to enhance learning and teaching (pp. 97-108). VA: NCTM.
- Green, R. A. (2014). The Delphi technique in educational research. SAGE Open, 4(2), 1-8.
- Schilling, K. (2016). Mathematical proof rubric. Retrieved February 6, 2025, from https://espace.bsu.edu/wp-content/uploads/sites/132/2016/07/Rubric_General_Proof_1.1.pdf
- Taylor, J. & Garnier, R. (2014). Understanding mathematical proof. Boca Raton: CRC Press.
- Tsamir, P. et al. (2009). Should proof be minimal? Ms T's evaluation of secondary school students' proofs. Journal of Mathematical Behavior, 28(1), 58-67.
- Varsavsky, C. et al. (2014). Developing a shared understanding of assessment criteria and standards for undergraduate mathematics. Sydney: Office for Learning and Teaching.