

บทความวิจัย (Research Article)

การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์: การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน PROMOTING MATHEMATICAL REASONING ABILITIES BY USING MATHEMATICAL TASKS: CLASSROOM ACTION RESEARCH

Received: October 11, 2017

Revised: December 6, 2017

Accepted: December 22, 2017

นิรารวรรณ หมูธรรมไชย¹ และณัชชา กมล^{2*}
Nirawan Moothummachai¹ and Natcha Kamol^{2*}

^{1,2}คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

^{1,2}Faculty of Education, Chiang Mai University, Chiang Mai 50200, Thailand

*Corresponding Author, E-mail: natcha.ka@cmu.ac.th

บทคัดย่อ

การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 40 คน ดำเนินการวิจัยโดยใช้กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติตามแผน ขั้นสังเกตผลการปฏิบัติ และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ เป็นวงจรต่อเนื่องกัน 3 วงจร เครื่องมือในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นงานทางคณิตศาสตร์จำนวน 10 แผน บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ และวิดีโอทัศน์บันทึกการจัดการเรียนรู้ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

คำสำคัญ: ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ งานทางคณิตศาสตร์ วิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

Abstract

This classroom action research was aimed at promoting mathematical reasoning abilities in relations and functions by using mathematical tasks. The target group included forty grade 10 students enrolled in the 2nd semester of 2016 academic year at Sanpatongwittayakom School. The research was conducted along the four steps of continuous three cycles of classroom action research, namely, Plan, Act, Observe, and Reflect. The research instruments were 10 mathematical task-based learning plans, post instruction reflecting notes, an eight-item subjective test on mathematical reasoning ability, and VDO recording. The data were analyzed in terms of classification, mean, and standard deviation. The results showed that the students had higher level of reasoning abilities.

Keywords: Mathematical Reasoning Ability, Mathematical Tasks, Classroom Action Research

บทนำ

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถให้เหตุผลเพื่ออธิบายที่มาของคำตอบหรือข้อสรุปของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ สืบเนื่องจากการอธิบายหลักการทางคณิตศาสตร์ผ่านบางงานที่เน้นการอธิบายเหตุผลหรือการตอบคำถามในชั้นเรียนที่นักเรียน นำข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาอธิบายหรือนำเสนอเหตุผลแบบคลุมเครือและไม่ชัดเจนส่งผลให้การให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล จากการวิเคราะห์สาเหตุของปัญหาดังกล่าว อาจเป็นเพราะรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยที่ยังไม่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนเท่าที่ควร โดยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยยังเน้นการบรรยาย ไม่เน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การอภิปรายเพื่อกระตุ้นการให้เหตุผลของนักเรียน นอกจากนี้ ลักษณะของการจัดการเรียนรู้ก็ยังไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ สร้างข้อสรุปและยืนยันข้อสรุป โดยใช้หลักการหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สมเหตุสมผลด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนขาดโอกาสที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Wongsapan, 2017, pp. 71-82) จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า กระบวนการเรียนรู้ที่ดีควรปลูกฝังให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดและให้เหตุผล เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถือเป็นทักษะที่ส่งเสริมความเข้าใจที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์ได้ (Ansjar & Sembiring as cited in Rohana, 2015, pp. 108-114) สอดคล้องกับแนวคิดของ Greenwood (1993, p. 144) ที่กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะทำให้การสอนคณิตศาสตร์ไม่เป็นการเรียนเพียงเนื้อหา แต่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการคิดและอธิบายเหตุผลของตนเองส่งผลให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้น ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญและผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ส่งเสริมความสามารถดังกล่าว

การที่จะส่งเสริมผู้เรียนให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นการจัดการเรียนรู้ถือเป็นสิ่งสำคัญ ผู้สอนต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดและให้เหตุผลผ่านการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Tasks) สอดคล้องกับ Mekanong

(2003) ที่ได้กล่าวว่า การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้เหตุผลในบริบททางคณิตศาสตร์จะสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนได้ นอกจากนี้ Lappan and Schram (1989) ได้เสนอไว้อีกว่า การให้ผู้เรียนได้อธิบายชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกันในชั้นเรียนคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริมการให้เหตุผลของนักเรียนได้เช่นกัน ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์จะเป็นกลไกสำคัญในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดและให้เหตุผล (Henningsen & Stein, 1997, pp. 524-549) ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่า การใช้งานทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้จะสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนได้

จากที่มาและความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยในฐานะผู้สอนมองเห็นความสำคัญและประโยชน์ของการส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ จึงได้ดำเนินการวิจัยโดยใช้กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research: CAR) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้งานทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยคาดว่า การวิจัยนี้จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์

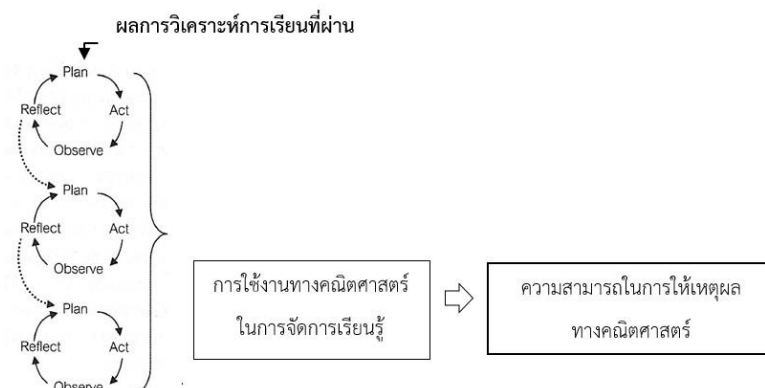
กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้อาศัยกรอบแนวคิด 3 ประเด็นหลัก คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning Abilities) งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task) และการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning Abilities) หมายถึงความสามารถในการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยอาศัยความรู้และทักษะกระบวนการ ในเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันมาอ้างอิงประกอบการอธิบาย ซึ่งองค์ประกอบของการคิดที่ทำให้ได้มา ซึ่งเหตุผลประกอบด้วย 1) การคิดพื้นฐานคือความเข้าใจในความคิดรวบยอดต่างๆ 2) การคิดอย่างมีวิจารณญาณ คือ การวิเคราะห์หาจุดสำคัญของสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อรวบรวมและจัดระบบข้อมูล และ 3) การคิดสังเคราะห์ข้อมูลที่ได้เพื่อหาข้อสรุปของสถานการณ์หรือปัญหา (Krulik & Rudnick, 1993) ซึ่งจากการศึกษาค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า แนวการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ครูควรฝึกให้ผู้เรียนให้เหตุผลในบริบททางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การอธิบายเหตุผล (Makanong, 2003) และสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนกล้าแสดงความคิดเห็นให้เหตุผลในการหาข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ (Rowan & Morrow, 1993) ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปสู่การสร้างกิจกรรมดังกล่าวได้

งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Tasks) หมายถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกออกแบบโดยครูผู้สอนในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์เน้นให้ผู้เรียนให้เหตุผลเพื่ออธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกออกเป็น 4 ลักษณะ ตามแนวคิดของ Henningsen and Stein (1997, pp. 524-549) ประกอบด้วย 1) ลักษณะงานแบบความรู้ความจำ 2) ลักษณะงานแบบใช้ขั้นตอนวิธี 3) ลักษณะงานแบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยง และ 4) ลักษณะงานที่ใช้การรู้คิดขั้นสูง ซึ่งลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการรู้จำและใช้ขั้นตอนวิธี ถือเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดต่ำ (Low of Cognitive Demand) สำหรับลักษณะงานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยงรวมไปถึงงานที่ใช้การรู้คิดขั้นสูง ถือเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดสูง (High of Cognitive Demand) ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้มี 3 รูปแบบ คือ งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธี งานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยง และงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การรู้คิดสูง โดยงานทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบผู้วิจัยบูรณาการเข้ากับแต่ละขั้นของการสอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียนเน้นงานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีเพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้และทักษะกระบวนการที่เรียนมาแก้ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย ส่วนงานทางคณิตศาสตร์แบบใช้ขั้นตอนวิธีและมีการเชื่อมโยงมอบหมายมาใช้ในขั้นสอนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ในการสร้างความรู้ใหม่ และงานทางคณิตศาสตร์ที่มีการรู้คิดสูงถูกมอบหมายในขั้นให้งานเพื่อประเมินผลการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนนำความรู้และทักษะกระบวนการที่ได้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งการมอบหมายงานแต่ละขั้นตอนเป็นไปตามหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก (Pipitkhun, 2001)

การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research: CAR) ถือเป็นรูปแบบการวิจัยที่มีจุดประสงค์เพื่อที่จะแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยผู้สอนมีหน้าที่เป็นผู้ทำวิจัยในชั้นเรียนของตน แล้วนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อให้การปฏิบัติงานของครูผู้สอนมีประสิทธิภาพดีกว่าเดิม ซึ่งแนวคิดในการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ประกอบด้วยขั้นตอนการปฏิบัติการ 4 ขั้นตอนหลัก ตามอักษรย่อ PAOR ดังนี้ 1) การวางแผน (Plan) 2) การลงมือปฏิบัติตามแผน (Act) 3) การสังเกตผลและรวบรวมข้อมูลที่เกิดจากการปฏิบัติ (Observe) และ 4) การสะท้อนคิดหรือทบทวนตรวจสอบ (Reflect) โดยวงจรปฏิบัติการดังกล่าวจะมีลักษณะต่อเนื่องเป็นขดลวด (Kemmis & Mc Taggart, 1988) และเชื่อมโยงไปสู่ที่ละวงจรผ่านการขับเคลื่อนการจัดการเรียนรู้ ดังภาพ 1 ดังนี้



ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายของการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 แผนการสอนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จำนวน 40 คน โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม อำเภอสันป่าตอง จังหวัดเชียงใหม่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ซึ่งเป็นชั้นเรียนที่ผู้วิจัยรับผิดชอบสอนและศึกษาปัญหาที่เกิดขึ้นจากการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาในชั้นเรียนดังกล่าว

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นงานทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 10 แผน เวลา 12 ชั่วโมง เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาควบคู่กับการอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. บันทึกหลังการสอนของครู เป็นบันทึกเกี่ยวกับผลการจัดการเรียนรู้ การแสดงความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนผ่านการทำงานทางคณิตศาสตร์ บทบาทของครูผู้สอนในการกระตุ้นผู้เรียน ปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนรู้ โดยบันทึกผลที่เกิดขึ้นในแต่ละคาบเรียน เพื่อที่ครูจะได้นำข้อมูลเหล่านั้นไปปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนในคาบถัดไปและนำข้อมูลที่ได้มาประกอบการวิเคราะห์ระดับความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน
3. วิดีทัศน์บันทึกการจัดการเรียนรู้ เป็นวีดีทัศน์ที่แสดงการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยที่เกิดขึ้นในแต่ละคาบ ซึ่งจะนำมาพิจารณาพฤติกรรมของผู้เรียนในการแสดงความสามารถในการให้เหตุผลในระหว่างการทำกิจกรรม เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาประกอบการวิเคราะห์พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน
4. แบบทดสอบวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ในเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

กิจกรรมการพัฒนาและวิธีรวบรวมข้อมูล การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนรู้และเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ซึ่งขอบเขตของเนื้อหาที่สอนเป็นเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ประกอบด้วย เนื้อหา เรื่อง คู่อันดับ ผลคูณคาร์ทีเซียน ความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ ทฤษฎีบทของฟังก์ชันและการตรวจสอบฟังก์ชัน กิจกรรม

การจัดการเรียนรู้ใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ดำเนินการวิจัยโดยใช้กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ตามวงจร PAOR 4 ขั้นตอน รวมทั้งสิ้น 3 วงจร โดยแบ่งวงจรตามเนื้อหาในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งกระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจร PAOR มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การวางแผน (Plan) ประกอบด้วยการวางแผน 2 ส่วน คือ 1) การกำหนดกรอบเกี่ยวกับการใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนพร้อมทั้งสร้างเกณฑ์การประเมินระดับความสามารถในการให้เหตุผล 2) การวางแผนการจัดเนื้อหาสำหรับการสอน โดยยึดวัตถุประสงค์และคำอธิบายรายวิชาที่กำหนดไว้ในหลักสูตรเป็นหลักแล้วพิจารณาสร้างความเชื่อมโยงกับรูปแบบการสอนที่เน้นการใช้งานทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การปฏิบัติการสอนตามแผนที่วางไว้ (Act) ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนที่วางไว้ ซึ่งการสอนในแต่ละคาบเรียนจะประกอบด้วย ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน ขั้นสรุปและขั้นให้งานเพื่อประเมินผล โดยขณะปฏิบัติการสอนมีการบันทึกวีดิทัศน์การจัดการเรียนรู้ของครู

3. การสังเกตผลการปฏิบัติ (Observe) ในขณะที่ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ในแต่ละคาบ ผู้วิจัยทำการสังเกตชั้นเรียน โดยพิจารณาพฤติกรรมที่แสดงถึงการแสดงความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนผ่านการทำกิจกรรมในชั้นเรียนที่ใช้งานทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึงการสังเกตผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนของนักเรียนว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลมากขึ้นเพียงใดและมีปัญหาอุปสรรคใดในการส่งเสริมความสามารถดังกล่าว

4. การสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) หลังการจัดการเรียนรู้แต่ละครั้ง ผู้วิจัยเขียนบรรยายสรุปสภาพกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน พฤติกรรมของผู้เรียนที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลของการใช้งานทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรคและวิธีแก้ไข ข้อเสนอแนะเพื่อคาบเรียนถัดไป

ผลการปฏิบัติและการสะท้อนผลของแต่ละวงจรแสดงรายละเอียด ดังนี้

วงจรที่ 1 เรื่อง คู่อันดับและความสัมพันธ์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนโดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการทำงานกลุ่มและมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอธิบายเหตุผลซึ่งเรียงระดับการรู้คิด (Cognitive demand) จากระดับต่ำไประดับสูง ซึ่งในระหว่างการทำงานทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยทำหน้าที่สังเกตและคาดการณ์แนวคิดเพื่อนำไปสู่การใช้คำถามกระตุ้นการให้เหตุผลของนักเรียนรวมถึงทำให้เกิดการอภิปรายในขั้นสรุปที่มีการนำเสนอผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ จากการสังเกตชั้นเรียน พบว่า รูปแบบการทำงานกลุ่มและการมอบหมายงานโดยเรียงระดับการรู้คิดจากต่ำไปสูงสามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีการพูดคุยแสดงความคิดเห็นและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี แต่ลักษณะการใช้คำถามระดับสูงกับการนำเสนอผลงานในขั้นสรุปยังไม่กระตุ้นผู้เรียนได้มากพอ ผู้วิจัยได้ทำการปรับรูปแบบดังกล่าวในวงจรที่ 2 ต่อไป สำหรับพัฒนาการด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.12

วงจรที่ 2 เรื่อง โดเมนและเรนจ์ ผู้วิจัยดำเนินการสอนคล้ายกับวงจรที่ 1 แต่คำถามที่ใช้ในการกระตุ้นการให้เหตุผลของผู้เรียนได้นั้นใช้คำถามระดับสูงสลับกับคำถามระดับต่ำ และการนำเสนอผลงานการทำงานทางคณิตศาสตร์

คัดเลือกผลงานที่มีประเด็นสำคัญมานำเสนอ ผลการสังเกตชั้นเรียน พบว่า การทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มและ การมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์โดยเรียงระดับการรู้คิดจากต่ำไปสูงสามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดังผลในวงจรที่ 1 นอกจากนั้น ยังพบอีกว่า จำนวนสมาชิกของกลุ่มจำนวน 2-3 คน สามารถทำให้นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสในการพูดคุย เสนอความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น ซึ่งถือว่าเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาการให้เหตุผลของตนเอง สำหรับรูปแบบการใช้คำถามระดับสูงสลับกับระดับต่ำ ผลการปฏิบัติ พบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามโดยแสดงเหตุผลได้มากขึ้น เนื่องจากการใช้คำถามระดับต่ำในชั้นเรียนช่วยกระตุ้นการคิดของนักเรียนที่นำไปสู่การให้เหตุผลในการตอบคำถามระดับสูงได้ และสำหรับการนำเสนอผลงานโดยคัดเลือกผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่มีประเด็นสำคัญนั้น จากการสังเกตชั้นเรียน พบว่า นักเรียนมีประเด็นในการอภิปรายร่วมกันในห้องมากกว่าการนำเสนอผลงานทุกชิ้น นอกจากนั้น ประเด็นในชิ้นงานดังกล่าวยังส่งผลให้ครูมองเห็นแนวทางในการใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการแสดงเหตุผลในชั้นเรียนได้อีกด้วย เมื่อพิจารณาพัฒนาการด้านการให้เหตุผลของนักเรียน พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.40 อยู่ในระดับ ปานกลาง

วงจรที่ 3 เรื่อง การตรวจสอบฟังก์ชัน การดำเนินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้คล้ายกับวงจรที่ 2 แต่มีการกระตุ้นให้ผู้เรียนพิจารณาเชื่อมโยงแนวคิดของผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกคัดเลือกออกมานำเสนอ ผลจากการปฏิบัติ พบว่า การเรียงลำดับการนำเสนอดังกล่าวทำให้ครูสามารถใช้คำถามในการกระตุ้นนักเรียนไปสู่เป้าหมายของบทเรียนได้ง่ายและทำให้นักเรียนมองเห็นขั้นตอนของการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ซึ่งการอภิปรายนักเรียนมีการคิดเปรียบเทียบและให้เหตุผลเพื่ออธิบายความแตกต่างของผลงานดังกล่าวเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนทุกคนได้มีโอกาสแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี โดยผลของพัฒนาการด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.90 อยู่ในระดับดี เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 วงจร ผู้วิจัยทำการทดสอบวัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากผลการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละวงจรและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปผลเป็นค่าเฉลี่ยของระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินที่วัดเป็นระดับ แสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงเกณฑ์วัดระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับการให้เหตุผล	คำอธิบาย
ระดับ 1 ปรับปรุง 1.00 - 1.49	นักเรียนไม่สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการสร้างข้อสรุปของงานทางคณิตศาสตร์ได้ หรือนำข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาอธิบายซึ่งไม่สมเหตุสมผล
ระดับ 2 พอใช้ 1.50 - 2.49	นักเรียนแสดงร่องรอยเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการสร้างข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ได้บ้างบางประเด็น แต่ยังไม่ถูกต้องส่งผลให้การให้เหตุผลไม่สมเหตุสมผล

ระดับการให้เหตุผล	คำอธิบาย
ระดับ 3 ปานกลาง 2.50 – 3.49	นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการสร้างข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ได้บางประเด็น แต่ยังไม่ชัดเจนและไม่เพียงพอในการสนับสนุนข้อสรุปดังกล่าวอย่างสมเหตุสมผล
ระดับ 4 ดี 3.50 – 4.49	นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการสร้างข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนและเพียงพอในการสนับสนุนข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ครบถ้วนครอบคลุมรายละเอียดทั้งหมด
ระดับ 5 ดีมาก 4.50 – 5.00	นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการสร้างข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล ถูกต้อง ชัดเจน ครอบคลุมทุกประเด็น

ผลการวิจัย

จากการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 วงจรและการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผลดังตาราง 2

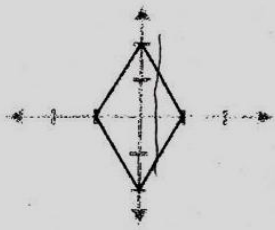
ตาราง 2 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการแปลผลการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	การแปลผล
วงจรที่ 1 คู่อันดับและความสัมพันธ์	3.12	0.96	ปานกลาง
วงจรที่ 2 โดเมนและเรนจ์	3.40	0.95	ปานกลาง
วงจรที่ 3 การตรวจสอบฟังก์ชัน	3.90	0.74	ดี
แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	4.07	0.73	ดี

จากตาราง 2 พบว่า ระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนอยู่ในระดับดี มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.07 จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนตลอด 3 วงจร พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในวงจรที่ 3 มีระดับสูงสุด คือ ระดับดี (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.90) รองลงมา คือ วงจรที่ 2 และ 1 โดยมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลาง ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.40 และ 3.12 ตามลำดับ

ผลการวิจัยดังกล่าว พบว่า นักเรียนมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับดี แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการสร้างข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันได้อย่างชัดเจนและเพียงพอในการสนับสนุนข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล แต่ก็ยังไม่ครบถ้วนครอบคลุมรายละเอียดทั้งหมด ดังตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนาย ก จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ดังภาพ 2

กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ แสดงกราฟของความสัมพันธ์ r ดังนี้



จากกราฟของความสัมพันธ์ r จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ โดเมนเพราะว่า กราฟเป็นเส้นโค้ง โดยมองสองข้างว่าเซตของ x เป็น $\{0, 2\}$ และ y เป็น $\{0, -2, 2\}$ ทำให้ r ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า โดเมน x ได้จับคู่กับ y มากกว่าหนึ่งค่า

ภาพ 2 ตัวอย่างการให้เหตุผลของ นาย ก จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

จากภาพ 2 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปในการตรวจสอบฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง และอธิบายแนวคิดได้อย่างชัดเจนและเพียงพอต่อการสนับสนุนข้อสรุปดังกล่าว โดยอธิบายเกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันและแนวคิดในการลากเส้นขนานกับแกน Y ที่ทำให้ พบว่า โดเมนไม่ได้จับคู่กับเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงค่าเดียว ทำให้ความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชัน อย่างไรก็ตาม การให้เหตุผลดังกล่าวก็ยังไม่ได้อธิบายครอบคลุมว่าเพราะเหตุใดการลากเส้นขนานกับแกน Y จึงทำให้ทราบว่าโดเมนจับคู่กับเรนจ์มากกว่า 1 ค่า ดังนั้น งานชิ้นนี้จึงประเมินให้อยู่ในระดับดี

นอกจากนี้ จากผลการวิจัย พบว่า ในวงจรที่ 1 และ 2 นักเรียนมีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางและมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นเป็นระดับดีในวงจรที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ดังจะเห็นได้จากตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนาย ข ในวงจรที่ 1 ดังภาพ 3 และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนาย ค ในวงจรที่ 3 ดังภาพ 4 ตามลำดับ

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนอภิปรายแนวคิดในการสร้างความสัมพันธ์ต่อไปว่าถูกต้องหรือไม่อย่างไร

กำหนด $A = \{2,6,8\}$ และ $B = \{3,4\}$

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ "เป็นสองเท่า" จาก B ไป A

วิธีทำ ต้องการสร้างความสัมพันธ์ "เป็นสองเท่า" จาก B ไป A ☺

พิจารณาสมาชิกที่เป็นคู่อันดับใน $B \times A$ ที่มีลักษณะความสัมพันธ์ "เป็นสองเท่า" ปรากฏว่าประกอบไปด้วยสมาชิกดังนี้ $(3,6)$ และ $(4,8)$

ดังนั้น $r = \{(3,6), (4,8)\}$

หรือ $r = \{(x,y) \in B \times A | x = 2y\}$

จงอธิบาย

ไม่ถูกต้องเพราะ ลักษณะความสัมพันธ์ "เป็นสองเท่า" มี 3 คู่ได้ 2 เท่า หรือ 6 และ 4 ไม่ใช่ 2 เท่าของ 8

ภาพ 3 ตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางของ นาย ข ในวงจรที่ 1

จากภาพ 3 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของงานทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงแนวคิดเพื่อสนับสนุนว่าการสร้างความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่ถูกต้อง ยังมีความไม่ชัดเจนและเพียงพอโดยนักเรียนให้เหตุผลเพียงว่า “3 ไม่ใช่สองเท่าของ 6 และ 4 ไม่ใช่สองเท่าของ 8” ซึ่งไม่ได้อธิบายว่า ตัวเลขที่หยิบยกมาคืออะไร เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์อย่างไร และเพราะอะไรที่ทำให้การเขียนความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่ถูกต้อง นอกจากนั้นยังไม่มีกรกล่าวถึงเซตแบบบอกเงื่อนไขสมาชิกที่เป็นหนึ่งในประเด็นสำคัญในการอภิปรายของงานทางคณิตศาสตร์ชิ้นนี้อีกด้วย

งานทางคณิตศาสตร์ที่ 3

จงตรวจสอบว่า $r = \{(x, y) \in R \times R | x = |y|\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ภาพ 4 ตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับดี ของ นาย ค ในวงจรที่ 3

จากภาพ 4 จะเห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปในการตรวจสอบฟังก์ชันจากเซตแบบบอกเงื่อนไขสมาชิกได้ถูกต้อง โดยอาศัยการยกตัวอย่างคู่อันดับที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของความสัมพันธ์และการขัดแย้งกับบทนิยามของฟังก์ชันมาแสดงเหตุผล ซึ่งถือว่ามี ความชัดเจนและเพียงพอที่จะสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวไม่เป็นฟังก์ชัน แต่อย่างไรก็ตามการพิสูจน์ดังกล่าวก็ยังไม่ครอบคลุมการเป็นสมาชิกใดๆ ของความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขสมาชิก ดังนั้นงานทางคณิตศาสตร์ชิ้นนี้จึงประเมินอยู่ในระดับดี

การอภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย พบว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลดีขึ้น เมื่อผ่านการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ อาจเนื่องมาจากเหตุผลสำคัญ ดังนี้

1. รูปแบบการเลือกใช้งานทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยเน้นให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาควบคู่กับการให้เหตุผล ทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตน ซึ่งสอดคล้องกับกับแนวคิดของ Makanong (2003) ที่ได้เสนอแนวคิดไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนได้ใช้เหตุผลในบริบททางคณิตศาสตร์ เช่น กิจกรรมทางคณิตศาสตร์หรือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนได้

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยเน้นสร้างบรรยากาศของห้องเรียนให้เกิดการอภิปรายให้เหตุผล โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ผ่านงานทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) กิจกรรมการเรียนรู้ผ่านงานทางคณิตศาสตร์ เน้นการทำงานเป็นกลุ่มส่งผลให้เกิดการพูดคุย ถกเถียง และเสนอแนะแนวคิดของตนเองในการทำงาน 2) การกระตุ้นการแสดงความสามารถในการให้เหตุผลโดยใช้คำถามระดับสูงสลับกับคำถามระดับต่ำ 3) การคัดเลือกผลงานที่มีประเด็น

สำคัญนำไปสู่เป้าหมายของบทเรียน ออกมานำเสนอเพื่อกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายหาข้อสรุป และ 4) การเรียงลำดับผลงานจากชิ้นงานที่มีประเด็นน้อยไปสู่ผลงานที่มีประเด็นสมบูรณ์ เพื่อให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ เปรียบเทียบ นำไปสู่การอภิปรายหาข้อสรุป จากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ถือเป็นรูปแบบที่ช่วยส่งเสริมการอภิปรายที่จะนำไปสู่การส่งเสริมการให้เหตุผลตามแนวคิดของ Smith and Stein (2011) ที่ได้กล่าวว่า การออกแบบงานที่กระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วม การสังเกตและคาดการณ์แนวคิดของผู้เรียนในขณะที่ทำงาน การเลือกชิ้นงานเพื่อนำไปสู่การอภิปรายการลำดับชิ้นงานในการนำเสนอ และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดของผู้เรียนที่แตกต่างกัน ถือเป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนที่นำไปสู่การส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง

3. รูปแบบการมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่เรียงระดับการรู้คิดจากระดับต่ำไประดับสูงนั้นถือว่าเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เป็นไปตามหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังที่ Pipitkhun (2001) ได้กล่าวไว้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก อีกทั้งยังเป็นหนึ่งในองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลตามแนวคิดของ The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (2007) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้พบปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมีพัฒนาการที่สูงขึ้น

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

จากการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านงานทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับผู้ที่จะนำผลการวิจัยไปใช้ และข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะสำหรับผู้ที่จะนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 ควรมีการกระชับเวลาในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้สามารถดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการเรียนรู้ที่วางไว้ เนื่องจากการดำเนินกิจกรรมผ่านงานทางคณิตศาสตร์ใช้เวลานาน

1.2 ควรเตรียมความพร้อมก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะสื่อการสอน เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์มีหลายขั้นตอนและใช้สื่อการสอนในทุกขั้นตอนของการสอน

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการทำวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้งานทางคณิตศาสตร์ต่อการอภิปรายในชั้นเรียน หรือความสามารถในด้านอื่นๆ

References

- Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing *mathematical thinking*. *Arithmetic Teacher*, 41(3), 144.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Kemmis, S., & Mc Taggart, R. (1988). *The action research planner* (3rd ed.). Victoria: Deakin University Press.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem-solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lampert, M., & Cobb, P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 237-249). Reston, VA: NCTM.
- Makanong, A. (2003). *Teaching and learning*. Bangkok: Chulalongkorn University Press. [in Thai]
- Pipitkhun, Y. (2001). *Teaching Mathematics in Secondary School*. Bangkok: Bangkok Printing. [in Thai]
- Rohana. (2015). The enhancement of student's teacher mathematical reasoning ability through reflective learning. *Journal of Education and Practice*, 6(20), 108-114.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). Implementing the K-8 curriculum and evaluation standards: *Readings from the Arithmetic Teacher*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, M., & Stein, M. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2007). *Mathematical process skills*. Bangkok: Kurusapa Printing Ladphrao. (in Thai)
- Wongsapan, M. (2017). The development of learning activity packages to enhance mathematical process skills by using local learning materials. *Journal of Education Naresuan University*, 19(2), 71-82. [in Thai]