

ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหา Mathematical Connectors of Students in Problem Solving Process

วาสุกรี ใจจันทร์¹, วิทยา ปานเพชร², สิทธิกร มังคลา³

Wasukree Jaijan, Wittaya Panpetch, Sitthikorn Mongkala

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการอธิบายการใช้ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพเพื่ออธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ระหว่างการจัดการเรียนการสอน การทดลองเกี่ยวกับการสอน ในฐานะที่ผู้วิจัยมีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา ตัวแปรที่ศึกษา ประกอบด้วย ลักษณะของการทำงาน การดำเนินการเรียนรู้ของตัวแทนทีมที่สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน พยานในฉากการสอนทำหน้าที่สังเกตกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่มเป้าหมาย บันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างฉากการสอน กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาสาขาวิชาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นปีที่ 1 จำนวน 5 คน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6) เรื่อง ปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย เครื่องมือการวิจัย ได้แก่ ผู้วิจัย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบบันทึกภาคสนาม แบบสังเกตชั้นเรียน แบบสัมภาษณ์นักศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล ใช้วิธีการสังเกตอย่างมีส่วนร่วมในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้การสังเกตชั้นเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา การสะท้อนบทเรียนหลังการจัดการเรียนการสอน การสัมภาษณ์ การบันทึกภาคสนาม การบันทึกวิดีโอและแถบเสียง วิเคราะห์ข้อมูลใช้การวิเคราะห์วิดีโอทัศน์ ผลงานของนักศึกษา และโพรโทคอล ผลการวิจัยพบว่า ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหาทำให้นักศึกษาคิดด้วยตนเองเพื่อสร้างองค์ความรู้ในการหาปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยขั้นตอนวิธี การกำหนดตัวแปรที่นักศึกษาอธิบายได้ด้วยตนเองเป็นการจัดระบบวิธีคิดการสร้างเงื่อนไขในชั้นเรียนโดยพยายามไม่ให้เกิดวิธีการคิดในสมุดบันทึกทำให้เห็นร่องรอยการคิดของตนเอง นักศึกษาสามารถตรวจสอบวิธีการคิดด้วยตนเองและทำให้ตระหนักรู้ในวิธีการคิด การอภิปรายร่วมกันทำให้การกำหนดตัวแปร ขั้นตอนการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น การสรุปบทเรียนผู้สอนต้องให้นักศึกษาในชั้นเรียนทุกคนได้เรียนรู้ร่วมกันโดยอาศัยบทบาทของผู้สอนเพื่อกระตุ้นให้นักศึกษาได้คิดวิธีการค้นหาเหตุผลในการอธิบายขั้นตอนที่แสดงวิธีคิดโดยใช้กระดานดำเพื่อสรุปวิธีคิดของนักศึกษาในคาบเรียนจากขั้นตอนการแก้ปัญหาและเหตุผลในการกำหนดตัวแปร

คำสำคัญ: ชั้นเรียนคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหามathematical connectors, ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์, การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

¹ ดร., อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี

² นักวิชาการคอมพิวเตอร์ สำนักวิทยบริการและเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี

³ อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี

Abstract

This research aims to study the use of the described mathematical connectors of students in solving mathematical problems. Using qualitative research methods to describe phenomena that occur during learning, teaching experiment as the researchers who have direct experience on the learning of mathematics and mathematical reasoning of students. The variables studied include the sequence of teaching episodes includes a teaching agent, a witness of teaching episodes, and method of recording what transpires during the episode. The target group is five students of the first year students of Computer Technology, Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi, who have enrolled in Calculus on integrals of algebraic functions and transcendental functions. Research tools used in this study are the researcher, instruction plans, field notes, classroom observation form and student interviewing form. Data was collected by participant observations, interviews, field notes, video and audiotape recording. Data was analyzed by using video analysis, the students' works and protocol. The results showed that mathematics classroom that supports the mathematical connections of students in problem solving process are, the students have the opportunity to create their own knowledge for integral algebraic and transcendental functions from the solution process by using an algorithm to determine variable explained by the students themselves. It is a systematic approach to creating the conditions in class by trying not to remove the ways of thinking in the notebook for their traces of thinking. Students can check their own way of thinking and awareness of how to think. The discussion helps increase the efficiency of determination of the variable in problem solving process. In terms of summarizing the lessons, all students in the class are needed to work together by using the role of instructor in order to encourage students to find out the solutions, find reasons to explain the steps that show their thinking process by using the blackboard to summarize how the students think in class from algorithm in problem solving process and reason determine variable.

Key words: Mathematics classroom, Mathematical problem solving, Mathematical connectors, Mathematical connections

บทนำ

ชั้นเรียนไทยส่วนใหญ่ บทบาทของครูจะเป็นผู้บรรยาย ผู้บอก ผู้สาธิต เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ อันก่อให้เกิดการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งมองในส่วนของผลลัพธ์ที่นักเรียนได้มาในลำดับสุดท้าย (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2550) ไม่ได้เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ได้ด้วยตนเองครูมีอำนาจและยึดว่าตนเองเป็นผู้รู้มากที่สุด ถูกต้องที่สุดแล้วกระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนมีหน้าที่รับและปรับตัวให้สอดคล้องกับเนื้อหาความรู้และ วิธีการของครู (คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2543) การเรียนรู้และการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่อาศัยแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน

ซึ่งมีลักษณะเด่น คือ คำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียวไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเข้าร่วมจากการวิเคราะห์หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย พบว่า ส่วนใหญ่ประกอบด้วยแบบฝึกหัดที่ใช้ฝึกทักษะโดยเฉพาะทักษะการคิดคำนวณและทบทวนกฎ สูตร หรือหลักการที่เรียนไปแล้ว (Inprasitha, 1997) จึงทำให้ไม่มีพื้นที่ในการค้นหาวิธีการเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตัวของนักศึกษาและการสอนที่ดีจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อครูรู้จักวิธีคิดของนักศึกษาในชั้นเรียน ดังนั้น ทิศทางการพัฒนาการสอนควรเริ่มจากการที่ครูเรียนรู้จากนักศึกษาของตนเองก่อน

คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนถ้าเนื้อหาไม่คุณค่าและท้าทายเหมือนกับนักศึกษาได้มีโอกาสในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และเรียนรู้ในเชิงลึกมากขึ้นเนื้อหาที่มีความท้าทายเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอขึ้นอยู่กับว่าเนื้อหาถูกสอนอย่างไร (Stigler & Hiebert, 1999) และควรพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและส่งเสริมการสร้างวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน (Okubo, 2007) ซึ่งเป็นการเตรียมความพร้อมสำหรับนักศึกษาแต่ละคนให้สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเองและการเรียนในช่วงต่อไปจะเตรียมการสอนอย่างไรโดยการใช้ช่องทางที่เป็นธรรมชาติเพื่อที่จะสืบเสาะตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ถ้าครูไม่ได้ให้นักศึกษามีความประทับใจในตัวปัญหาหรือไม่ได้ให้มีการเชื่อมโยงแล้วการแก้ปัญหาจะไม่มีคุณค่า (Polya, 1973: p.15)

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากคำตอบที่หลากหลาย ความแตกต่างระหว่างการแสดงแทน ความคิดรวบยอดที่เหมือนและแตกต่างกัน ต้องอาศัยเครื่องมือที่ได้รับการยอมรับเพื่อพัฒนาการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาวิธีที่แตกต่าง (Fennema & Romberg, 1999; Coxford, 1995; NCTM, 2000; Polya, 1973) นอกจากนี้ความท้าทายของการแก้ปัญหด้วยตัวเองเป็นการสร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ไม่กลัวเมื่อติดขัดขณะแก้ปัญหา นักศึกษามีโอกาสแก้ปัญหาในแนวทางของตนเอง ซึ่งผู้สอนต้องสอนวิธีการทำงาน เช่น ให้นักศึกษาพยายามคิดกับสิ่งที่ทำอภิปรายร่วมกับสมาชิกในชั้นเรียนและผู้สอนเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้สะสมวิธีคิด ขั้นตอนหรือกระบวนการที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา (Schoenfeld, 1989) และสิ่งสำคัญผู้สอนควรให้นักศึกษาได้เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในกระบวนการแก้ปัญหา

ชุมชนคณิตศาสตร์ศึกษาให้ความสำคัญกับการเชื่อมโยงในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ไปสู่โลกความจริง (real world) (Boaler, 1997; NRC, 1990; NCTM, 2000; Steen, 1997) การเชื่อมโยงโลกความจริงเป็นที่คาดหวังเพื่อประโยชน์ต่อคนส่วนมาก เช่น สนับสนุนความเข้าใจ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา (De Lange, 1996; Steen & Forman, 1995) ดังนั้นผู้สอน

ควรนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผูกติดการเชื่อมโยงโลกแห่งความจริง (Ginsburg, 2008) เพื่อช่วยให้นักศึกษาเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามขีดความสามารถของตนเองอย่างเต็มศักยภาพ

Hodgson (1995) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในฐานเครื่องมือการแก้ปัญหาในมุมมองด้านปรัชญา การเชื่อมโยงเป็นการสร้างเกี่ยวกับความคิด (mind) จากสถานการณ์ปัญหาซึ่งไม่ได้สนใจในคำตอบสิ่งสำคัญอยู่ที่กระบวนการได้มารวมถึงความเข้าใจเกี่ยวกับการเชื่อมโยงควรเกิดขึ้นมาจากการสำรวจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์กรณีสำหรับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ประเด็นกระบวนการแก้ปัญหาในแง่มุมมองของตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชัน (function) เมตริกซ์ (matrix) ขั้นตอนวิธีหรือกระบวนการ (algorithms or Procedure) กราฟ (graph) ตัวแปร (variable) อัตราส่วน (ratio) และการแปลง (transformation) ถูกใช้มากผ่านกระบวนการแก้ปัญหา การอภิปรายทั้งชั้นเรียน การถามนักศึกษาโดยมีเป้าหมายเพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ การสร้างและการเลือกปัญหาเป็นกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เข้าใจคณิตศาสตร์ (Coxford, 1995: p.12) เป็นสิ่งสำคัญทั้งผู้สอนและนักศึกษานี้ในชั้นเรียน (Mousley, 2004) อีกทั้งส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นวิธีการเรียนรู้ในสาขาวิชาอื่น ๆ

บทความนี้พิจารณาตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้แก่ ขั้นตอนวิธีและตัวแปรของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในกระบวนการแก้ปัญหาของนักศึกษา

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการอธิบายการใช้ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษานี้ในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักศึกษาสาขาวิชาเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ชั้นปีที่ 1 จำนวน 5 คน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ ศูนย์สุพรรณบุรี

2. เนื้อหากรณีศึกษาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นรายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 จำนวนหน่วยกิต 3(3-0-6) เรื่อง ปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย

3. ระยะเวลาในการดำเนินการวิจัย สัปดาห์ละ 3 คาบ จำนวน 15 คาบ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Research) แบ่งการดำเนินการวิจัยเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ 1) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูผู้สอน ครูผู้สังเกต 2) สังเกตชั้นเรียนกรณีศึกษา 3) สะท้อนผลบทเรียนร่วมกับผู้ช่วยวิจัย

ขั้นที่ 1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูผู้สอน ครูผู้สังเกต ประเด็นการอภิปราย ได้แก่ เป้าหมายของบทเรียน การคาดการณ์แนวคิดของนักศึกษา ข้อมูลแนวคิดของนักศึกษาจากคาบเรียนก่อนหน้านี้ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชันอดิศัย วิธีการคิดในการแก้ปัญหาของนักศึกษา โดยอาศัยวิธีการคิดของนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาแคลคูลัส 1 ปีการศึกษา 2554 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักศึกษา วิธีการกำหนดตัวแปร ความยุ่งยากในการแก้ปัญหา การจัดลำดับการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนเพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงทั้งแนวคิดและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 สังเกตชั้นเรียนกรณีศึกษาเป็นการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างร่วมกับผู้ช่วยวิจัยในขั้นที่ 1 ไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน ผู้สังเกตชั้นเรียนประกอบด้วย ผู้ช่วยวิจัย จำนวน 2 คน เป้าหมายของการสังเกต คือ ขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาของนักศึกษาและตัวแปรที่นักศึกษากำหนด การศึกษานี้ไม่ได้พิจารณาความสามารถในการสอนของผู้สอน ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยการทดลองเกี่ยวกับการสอน (teaching experiment) ตามแนวคิดของ Steffe & Thompson & Glaserfeld (2000) ในแง่ของลำดับขั้นการสอน (sequence of teaching episodes) ประกอบด้วย ตัวแทนทีมที่สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน (teaching agent) นักศึกษากลุ่มเป้าหมายที่สังเกตในขั้นของการแก้ปัญหาผู้วิจัยจะสังเกตตัวเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ของนักศึกษา ผู้สังเกตชั้นเรียน ได้แก่ ผู้ช่วยวิจัยทำหน้าที่เป็นพยานในฉากการสอน (witness of the teaching episodes) และวิธีการบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างฉากการสอน ได้แก่ วิดีทัศน์ เครื่องบันทึกเสียง กล้องถ่ายภาพนิ่ง แบบบันทึกการสังเกตชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 สะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน เป็นกิจกรรมที่ทำหลังสิ้นสุดการแก้ปัญหาของนักศึกษา ผู้สะท้อนผล คือ ผู้สอนในฐานะนักวิจัยที่มีประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักศึกษาจากการสังเกตชั้นเรียน ผู้ช่วยวิจัย การสะท้อนจะอาศัยแบบบันทึกการสะท้อนผลที่มีประเด็นสำคัญคือ ขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักศึกษา วิธีการกำหนดตัวแปรของนักศึกษา ความยุ่งยากในการแก้ปัญหาของนักศึกษา ผลที่ได้จากการสังเกตชั้นเรียนนำไปสู่การปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำประเด็นจากการสะท้อนผลไปใช้ในชั้นเรียนเดิมสำหรับจัดการเรียนการสอนคาบเรียนต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. แผนการจัดการเรียนรู้ รายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 จำนวนหน่วยกิต 3(3-0-6) เรื่อง ปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย จำนวน 15 คาบ
2. แบบบันทึกภาคสนามเพื่อบันทึกพฤติกรรม วิธีการคิดในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาและอธิบายขั้นตอนหรือวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
3. แบบสังเกตชั้นเรียน
4. แบบสัมภาษณ์นักศึกษา

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 กับนักศึกษากลุ่มเป้าหมาย ผู้สอนในฐานะนักวิจัยทำหน้าที่กระตุ้นให้นักศึกษาทั้งชั้นเรียนคิด มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แก้ปัญหด้วยตัวของนักศึกษาเองบันทึกพฤติกรรมของกลุ่มเป้าหมายและเป็นผู้ดำเนินการในชั้นเรียนโดยใช้การสังเกตอย่างมีส่วนร่วม (participant observation) จากการเฝ้าดูและการบรรยายปรากฏการณ์ตามที่เกิดขึ้นและเป็นไปตามธรรมชาติ ไม่เข้าไปรบกวนขณะที่กลุ่มเป้าหมายกำลังคิดแก้ปัญหาอยู่ พอเสร็จสิ้นกิจกรรมแล้วผู้วิจัยจะสัมภาษณ์

นักศึกษาในกลุ่มเป้าหมายซึ่งมีลักษณะเด่น คือ กล้าคิด ไม่กลัวในคำตอบที่ผิด สามารถอธิบายวิธีการคิดแก้ปัญหาของตนเองให้คนอื่นฟังได้ ลักษณะของการสัมภาษณ์ผู้วิจัยนำผลงานของนักศึกษา วิธีการคิดแก้ปัญหาที่นักศึกษาคิดในสมุดจดบันทึกโดยไม่ให้นักศึกษาลบวิธีการคิด ขณะสัมภาษณ์กลุ่มเป้าหมายดำเนินการเหมือนการสนทนาเพื่อยืนยันวิธีการคิดของนักศึกษาโดยการสนทนากลุ่ม (Focus Group) เป็นการร่วมพูดคุยกันระหว่างผู้สอนและผู้ร่วมสนทนา ได้แก่ ครูผู้สังเกตชั้นเรียนจำนวน 2 คน กลุ่มเป้าหมาย จำนวน 5 คน เพื่อให้มีการโต้แย้งได้พอสมควร ผู้วิจัยกำหนดประเด็นคำถามล่วงหน้า ดังนี้ วิธีการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการหา

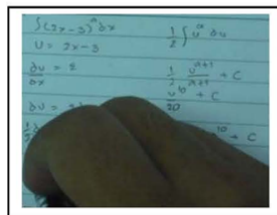
อนุพันธ์ การกำหนดตัวแปร สูตรอนุพันธ์ที่ใช้ ลำดับขั้นตอนการหาปริพันธ์ สูตรปริพันธ์ที่ใช้ เพื่อให้ได้คำตอบในเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา

ผลการวิจัย

ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหาด้วยตัวของนักศึกษาเองในรายวิชาแคลคูลัส 1 รหัสวิชา 401-12-04 เรื่อง ปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิเคียวการวิเคราะห์นี้เป็นชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่อธิบายการใช้ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ขั้นตอนการแก้ปัญหาและตัวแปรที่กำหนด

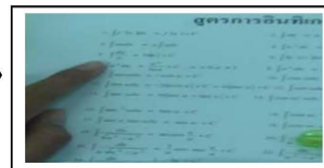
วิธีการแก้ปัญหาปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตของนักศึกษากลุ่มเป้าหมาย

$$\int (2x-3)^9 dx$$

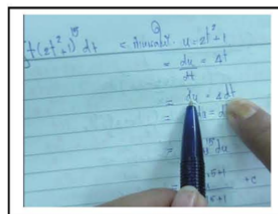


ภาพที่ 1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มเป้าหมาย

ครู: นักศึกษามีวิธีคิดในการหาปริพันธ์อย่างไร?
Kai: กำหนดตัวแปรแล้วหาอนุพันธ์จากนั้นจัดรูป
ครู: แล้วทำอย่างไรต่อคะ
Sam: ใช้สูตร $\int u^n du$
ครู: ทำไม่ถึงใช้สูตรนี้คะ
Nai: โจทย์บอกว่าเลขชี้กำลังเป็น 9



$\int (2x-3)^9 dx$ วิธีคิด ขั้นตอนในการแก้ปัญหา	
$u = 2x - 3$	$\frac{1}{2} \int u^9 du$
$\frac{du}{dx} = 2$	$\frac{1}{2} \frac{u^{9+1}}{9+1} + c$
$du = 2dx$	$\frac{1}{2} \frac{u^{10}}{10} + c$
$\frac{1}{2} du = dx$	$\frac{(2x-3)^{10}}{20} + c$



ภาพที่ 2 การกำหนดตัวแปรของ

ครู: นักศึกษามีวิธีคิดในการหาปริพันธ์อย่างไร?
Kai: กำหนดตัวแปรแล้วหาอนุพันธ์จากนั้นจัดรูป
ครู: ทำไมกำหนด $u = 2t^2 + 1$ ละคะ
Sam: เพราะจะใช้สูตร $\int u^n du$
Na: ดูจากสูตร
ครู: แล้วทำอย่างไรต่อคะ
Kai: แทนตามโจทย์กำหนด
Nai: ใช้สูตรแล้วบวกด้วยค่าคงตัว

$\int t(2t^2+1)^{15} dt$ วิธีคิด ขั้นตอนในการกำหนดตัวแปร	
$u = 2t^2 + 1$	$\frac{1}{4} \int u^{15} du$
$\frac{du}{dt} = 4t$	$\frac{1}{4} \frac{u^{15+1}}{15+1} + c$
$du = 4t dt$	$\frac{1}{4} \frac{u^{16}}{16} + c$
$\frac{1}{4} du = t dt$	$\frac{(2t^2+1)^{16}}{64} + c$

ภาพที่ 3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มเป้าหมายที่ไม่เข้าใจการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ภาพที่ 4 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของกลุ่มเป้าหมายที่มีความยุ่งยากในการแทนค่าตัว

ภาพที่ 5 การสรุปร่วมกันโดยใช้กระดานดำ

$\int t(2t+1)^{15} dt$

วิธีคิด จากการทำหนดตัวแปร

$u = 2t^2 + 1$	$= \frac{2}{2} \int u^{15} du$
$\frac{du}{dt} = 2^2$	$= \frac{2}{2} \frac{u^{15+1}}{15+1} + c$
$du = 2^2 dt$	$= \frac{u^{32}}{32} + c$
$\frac{2}{2} = dt$	$= \frac{(2t^2+1)^{32}}{32} + c$

$\int \frac{1}{3x+4} dx$

วิธีคิด ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

$u = 3x + 4$	$\frac{1}{3} \int u^{-1} du$
$\frac{du}{dx} = 3$	$\frac{1}{3} \frac{u^{-1+1}}{-1+1} + c$
$du = 3 dx$	$\frac{u^2}{6} + c$
$\frac{1}{3} du = dx$	$\frac{(3x+4)^2}{6} + c$

$\int t(2t+1)^{15} dt$

$u = 2t^2 + 1$	$= \frac{1}{4} \int u^{15} du$
$\frac{du}{dt} = 4t$	$= \frac{1}{4} \frac{u^{15+1}}{15+1} + c$
$\frac{1}{4} du = t dt$	$= \frac{u^{16}}{64} + c$
	$= \frac{(2t^2+1)^{16}}{64} + c$

การอธิบายวิธีการคิดจากกระบวนการแก้ปัญหาต้องอาศัยวิธีการเรียนรู้ (learning how to learn) ของผู้เรียนในเรื่องฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เนื่องจากการเตรียมวิธีคิดให้นักศึกษาเพื่อใช้แก้ปัญหาในอนาคตและชั้นเรียนนี้พบความยุ่งยากในกระบวนการแก้ปัญหา ได้แก่ การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน การกำหนดตัวแปร การใช้สูตรหาอนุพันธ์ วิธีการที่นักศึกษาก้าวข้ามความยุ่งยากโดยการอภิปรายร่วมกับเพื่อนนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหา การอธิบายหรือลงมือแก้ปัญหากระทำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งหลักการเริ่มจากการกำหนดตัวแปร หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันแล้วพยายามทำให้เป็นตัวที่เหลือจากการกำหนดตัวแปร แทนค่าเพื่อใช้สูตรปริพันธ์ ในการสรุปเพื่อให้ทั้งชั้นเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันผู้สอนสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาจากวิธีคิดของนักศึกษาโดยอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาและวิธีการกำหนดตัวแปรเพื่อเป้าหมายในการหาปริพันธ์

ของฟังก์ชัน ขั้นตอนแต่ละขั้นไม่ได้จัดเรียงเป็นลำดับขั้นตอนแต่เป็นวิธีการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษา ผู้สอนต้องอาศัยแนวคิดของนักศึกษาในชั้นเรียนเพื่อขยายขั้นตอนและเหตุผลในการกำหนดตัวแปร

สรุปผลการวิจัย

ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในกระบวนการแก้ปัญหาประเด็นที่สำคัญ คือ การให้นักศึกษามีโอกาสในการคิดด้วยตนเองที่จะสร้างองค์ความรู้ การหาปริพันธ์ฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันอดิศัย จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยอาศัยขั้นตอนวิธี เริ่มต้นจากการค้นหาสูตรปริพันธ์เพื่อกำหนดตัวแปร และหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยเงื่อนไขคือต้องหาสิ่งที่เหลือจากสิ่งที่กำหนดแทนค่าในโจทย์กำหนดแล้วใช้สูตรปริพันธ์สุดท้ายจะเปลี่ยนตัวแปรที่กำหนด ในขั้นตอนที่นักศึกษาได้ลงมือแก้ปัญหาและ

กำหนดตัวแปรต้องให้นักศึกษาสามารถอธิบายได้ด้วยตนเองเป็นการจัดระบบวิธีคิดให้กับนักศึกษา ขั้นตอนวิธีและตัวแปรเป็นวิธีคิดของนักศึกษาแต่ละบุคคลพยายามไม่ให้ลบเนื่องจากจะทำให้เห็นร่องรอยในการคิดของตนเองและทำให้ตระหนักรู้ในวิธีการคิด การอภิปรายร่วมกันทำให้การกำหนดตัวแปร ขั้นตอนการแก้ปัญหา มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น การสรุปบทเรียนต้องให้นักศึกษาในชั้นเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันโดยอาศัยบทบาทของผู้สอนเพื่อกระตุ้นให้นักศึกษาได้คิดวิธีการ ค้นหาเหตุผลในการอธิบายขั้นตอนที่แสดงวิธีคิด ตำแหน่งสำคัญของผู้สอนต้องเกี่ยรายละเอียดวิธีคิดของนักศึกษาแต่ละคนให้มากที่สุด

การอภิปรายผล

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกรณีของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายจากตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สิ่งที่ทำเป็นเพื่อให้ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยทรัพยากรเชิงการรู้ (resources) เป็นความรู้พื้นฐานและความรู้เชิงกระบวนการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การลองผิดลองถูก (heuristics) เป็นยุทธวิธีและเทคนิคการแก้ปัญหาในลักษณะที่ไม่มีรูปแบบวิธีการขั้นตอนโดยตรง การควบคุม

(control) เป็นการตัดสินใจเกี่ยวกับเมื่อไรจะใช้ทรัพยากรเชิงการรู้และยุทธวิธีอะไร ความเชื่อ (beliefs) เป็นโลกทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อกำหนดวิธีการเข้าสู่วิธีการแก้ปัญหา (Schoenfeld, 1985) นอกจากนี้ผู้สอนควรฝึกให้นักศึกษามีประสบการณ์ในการค้นพบและเรียนรู้จากเพื่อนสมาชิกในชั้นเรียนเพื่อการแสดงวิธีการคิด เนื่องจากเป็นการฝึกให้เรียนรู้วิธีคิดของเพื่อนสมาชิก ในการนำเสนอปัญหาต้องให้ปัญหาเป็นสิ่งที่นักศึกษาต้องการค้นหาวิธีการคิดด้วยตนเองและแสดงบทบาทที่สำคัญในการแก้ปัญหาผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก (Ito-Hino, 1995) บทบาทของผู้สอนต้องตระหนักถึงการเตรียมวิธีการเรียนรู้ให้กับนักศึกษาเพื่อการเรียนรู้ในช่วงต่อไปหรือสามารถนำไปใช้ในอนาคตได้ การสรุปเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนผู้สอนและนักศึกษาทั้งชั้นเรียนร่วมกันสรุปวิธีคิดโดยบทบาทของผู้สอนจากการใช้กระดานดำเพื่อสรุปวิธีคิดของนักศึกษาในคาบเรียนมีวิธีคิดอะไรบ้าง (Isoda, Nobuchi, & Morita, 2009) นอกจากนี้จากแนวคิดของ Coxford (1995) กล่าวว่า ตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในกระบวนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดขั้นตอนวิธีหรือกระบวนการ และตัวแปร อธิบายเฉพาะคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา การวิจัยนี้ให้ความสำคัญกับคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาเพื่อให้นักศึกษาลำดับความรู้ด้วยตนเอง

เอกสารอ้างอิง

- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2543). *ก้าวสู่ศตวรรษใหม่ เด็กไทยเรียนรู้อย่างมีความสุข*. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์มโนทัศน์.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2550). *การเตรียมบริบทสำหรับการนำการพัฒนาวิชาชีพครูแบบญี่ปุ่นที่ “การศึกษาชั้นเรียน”(Lesson Study) มาใช้ในประเทศไทย*. เอกสารหลังการประชุมวิชาการระดับชาติเครือข่ายญี่ปุ่นศึกษา ครั้งที่ 1 เล่มที่ 1. กรุงเทพฯ : โครงการเครือข่ายญี่ปุ่นศึกษาในประเทศไทย คณะรัฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. 152-163.

- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex, and setting*. Philadelphia: Open University Press.
- Coxford, F.A. (1995). *The Case for Connections*. In P. A. House (Ed.), *Connecting mathematics across the curriculum*, 1995 Yearbook (pp. 3-21). Reston, VA: NCTM.
- De Lange, J. (1996). *Using and applying mathematics in education*. In: A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde, (Eds.). *International handbook of mathematics education*. (pp.49-97). Boston: Kluwer Academic Publishers.

- Fennema, E., & Romberg, T.A. (1999). *Classrooms that promote mathematical understanding*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Ginsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *JOURNAL OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATION*, 11,199-219.
- Hodgson, T.R. (1995). *Connections as problem-solving tool*. In P.A. House (Ed.), *Connecting mathematics across the curriculum*, 1995 Yearbook (pp. 13-21). Reston, VA: NCTM.
- Inprasitha, M. (1997). Problem solving: a basis to reform mathematics instruction. *Journal of the National Research Council of Thailand*, 29 (2), 221-259.
- Isoda, M., Nobuchi, M. & Morita, M. (2009). *Design Problem Solving Class with Basic Standards given by check sheets*. Japan: Meijitosyo-publisher.
- Ito-Hino, K. (1995). *Students' Reasoning and Mathematical Connections in the Japanese Classroom*. In P. A. House (Ed.), *Connecting mathematics across the curriculum*, 1995 Yearbook (pp. 233-245). Reston, VA: NCTM.
- Mousley, J. (2004). *An aspect of mathematics with understanding: the notion of "connected knowing"*. Proceeding of the 28th Conference of the International Vol. 3 (pp.377-384).
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VI: NCTM.
- National Research Council. (1990). *Reshaping school mathematics: A philosophy and framework for curriculum*. Washington: NRC.
- Okubo, K. (2007). *Mathematical Thinking and the Acquisition of Fundamentals and Basics*. In Progress report of the APEC- project: Collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II) – Lesson study focusing on mathematical thinking, CRME Khon Kaen University, CRICED and University of Tsukuba, pp. 129-140.
- Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Steen, L. (1997). *Preface: The new literacy*. In L. Steen (Ed.). *Why numbers count: Quantitative literacy for tomorrow's America* (pp. xv-xxviii). New York: College Entrance Examination Board.
- Steffe, L. P., Thompson, P. W., & von Glasersfeld, E. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the world's Teachers for improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.