

บทความวิจัย (Research Article)

การพัฒนาโมเดลทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPT WITH LEARNING
ACTIVITIES BASED ON CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT (C-P-A)
APPROACH ON TWO-DIMENSIONAL AND THREE-DIMENSIONAL
GEOMETRY FOR 7th GRADE STUDENTS

Received: May 1, 2019

Revised: June 24, 2019

Accepted: June 27, 2019

เพชรชนก จันทร์หอม^{1*} รัชฎา วิริยะพงษ์² และวนินทร์ สุภาพ³
Phaetchanok Janhom^{1*} Ratchada Viriyapong² and Wanintorn Supap³

^{1,2,3}มหาวิทยาลัยนเรศวร

^{1,2,3}Naresuan University, Phitsanulok, 65000, Thailand

*Corresponding Author, E-mail: phaetchanokj56@email.nu.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาผลการพัฒนาโมเดลทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ซึ่งกลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 36 คน งานวิจัยนี้ใช้กระบวนการวิจัยแบบผสมผสานวิธี (Mixed Methodology) ที่มีทั้งวิธีการเชิงคุณภาพและวิธีการเชิงปริมาณ โดยประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว โดยมีการทดสอบหลังเรียน ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพได้จากใบกิจกรรมในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจ และสำหรับข้อมูลเชิงปริมาณได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ นำคะแนนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบกับสถิติทีแบบกลุ่มเดียว (t-test One Sample) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนสอบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในระดับที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มากที่สุด ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) สามารถพัฒนาโมเดลทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 1 ได้ และผลการทดสอบหลังเรียน มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 22.08 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.54 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 73.61 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ: ซี พี เอ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

Abstract

This research aimed to study the development of mathematical concepts on two-dimensional and three-dimensional geometry for 7th grade students by learning activities based on Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) approach. The participants in this study were thirty-six 7th grade students in an extended opportunity school in Phitsanulok province. A mixed methodology that included both qualitative and quantitative methods was used in this research by applying one group posttest only design. The qualitative data was obtained from the assignment during the learning activity and the pictorial style interview form. With this data, the content analysis to classify the understanding levels was employed. Further, the quantitative data was obtained from the mathematical concepts test which was in the multiple choices style. Researchers analyzed the post-test scores by finding the mean, standard deviation, and testing them with statistic test (t-test one sample) to compare test score with criteria score of 70 percent. The results in this study show that most students' understanding level was in the Complete Understanding group. Thus, teaching by using activities based on Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) approach can develop 7th grade students' mathematical concepts on two-dimensional and three-dimensional geometry. Further, the average posttest score were 22.08 with the standard deviation of 3.54, which were equivalent to 73.61 percent and higher than the criteria of 70 percent with statistical significance at the level of .05.

Keywords: C-P-A, Mathematical Concept, Two-Dimensional and Three-Dimensional Geometry

บทนำ

ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน (O-NET) กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตั้งแต่ปีการศึกษา 2559–2560 พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 และเมื่อพิจารณาตามสาระ พบว่า สาระที่ 3 เรขาคณิต มีค่าเฉลี่ยลดลงสูงที่สุดและยังคงต่ำกว่าร้อยละ 50 (National Educational Testing Institute, 2017a; 2018b) นอกจากนี้ ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ณ โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ซึ่งมีผลการทดสอบที่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และสาระที่ โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเป็นอันดับแรก คือ สาระที่ 3 เรขาคณิต เนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ (National Educational Testing Institute, 2018c) ผลการทดสอบนี้สะท้อนให้เห็นถึงศักยภาพที่จำเป็น

ที่จะต้องได้รับการพัฒนาอย่างจริงจัง เนื่องจากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้เป็นพื้นฐาน เป็นการทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่เรียนมาทั้งหมดตลอดระดับชั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำนั้น ควรได้รับการปรับปรุงให้มีระดับที่สูงขึ้น (National Educational Testing Institute, 2016) ซึ่ง Wilson (as cited in Techasiriyuenyong, 2009) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และจำแนกพฤติกรรมพุทธิพิสัย ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยอ้างอิงระดับของพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของ Bloom's Taxonomy (as cited in Techasiriyuenyong, 2009) ไว้เป็น 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ และยังกล่าวอีกว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับระดับความรู้ความจำ และเป็นระดับความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจะต้องมี หากนักเรียนขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน จะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ ครูจึงต้องจัดกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง ซึ่งการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อาจส่งผลต่อการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Udomsin, 2001, p. 62)

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเน้นการพัฒนา มโนทัศน์ควบคู่กับขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ควรใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนได้ลงมือกระทำกับวัตถุในรูปแบบต่างๆ เชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม เน้นกระบวนการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ลงมือปฏิบัติจริง มากกว่าการอธิบายวิธีการหรือหลักการต่างๆ ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทั้งทางด้านความรู้ และทักษะให้มากที่สุด (Ministry of Education, 2008, p. 25; Leelajaruskul, 1999, pp. 12-13; Dechagupra et al., 2001, p. 60) ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เป็นแนวทางหนึ่งที่จะสามารถพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมและเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม โดยการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ลงมือปฏิบัติจริง และต่อมาได้นำประสบการณ์นั้นจากที่เห็นเป็นรูปธรรมมาแปลเป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ และสามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์ได้อย่างสอดคล้องกัน (Hui et al., 2017) ซึ่งได้กล่าวถึงขั้นตอนของแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ว่ามีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ 1) การอธิบายด้วยการชี้แนะ (Guided Explication) ครูให้คำชี้แนะเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม ที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายและขยายความวัตถุที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนสนใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น 2) การสร้างความคุ้นเคยเชิงสำรวจ (Exploratory Familiarization) ครูยกตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสม เพื่อสร้างความคุ้นเคยและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจตัวอย่างเหล่านั้นซ้ำๆ พร้อมทั้งวาดภาพจากสิ่งที่เห็น หรือจากการตอบคำถาม 3) การจำแนกความรู้ (Knowledge Classification) ครูให้คำแนะนำ ตั้งคำถาม หรือกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบเชื่อมโยง เกี่ยวกับตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมกับตัวอย่างอื่นๆ ที่สอดคล้องกัน พร้อมแสดงเหตุผล และ 4) การสร้างมโนทัศน์ที่เป็นรูปธรรม (Concept Reification) ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือการใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม รวมไปถึงสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม การประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้ และการประเมินผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงจนสามารถเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำประสบการณ์นั้นมาเชื่อมโยงกับสิ่งต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสอดคล้องกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิต สองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้กระบวนการวิจัยแบบผสมผสานวิธี (mixed methodology) ที่มีทั้งวิธีการเชิงคุณภาพและวิธีการเชิงปริมาณ โดยประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียวมีการทดสอบหลังเรียน (the One-Group Posttest Only Design) ซึ่งได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 36 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เป็นนักเรียนชายจำนวน 20 คน และนักเรียนหญิง จำนวน 16 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผน ใช้เวลา ทั้งหมด 9 ชั่วโมง ได้แก่ 1) หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ และ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจาก ลูกบาศก์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 เครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้แก่

2.2.1 ใบกิจกรรมเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ ให้นักเรียนวาดรูป และตอบคำถาม ในแต่ละใบกิจกรรม ซึ่งประกอบด้วย 5 ใบกิจกรรม

2.2.2 แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ใช้เพื่อวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นชุดรูปภาพที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ตามเนื้อหาย่อยของเรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติจำนวน 3 เรื่อง ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 ชุด ชุดละ 8 ภาพ ซึ่งมีภาพที่ถูกต้อง 3 ภาพ ผิด 3 ภาพ และคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจ 2 ภาพ และมีโครงสร้างแบบกิ่งโครงสร้าง คือมีภาพให้นักเรียนเลือกซึ่งนักเรียนไม่จำเป็นต้องตอบคำถามเรียงตามลำดับ

2.2 เครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณ ได้แก่ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ใช้เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คำถามจะมีลักษณะเกี่ยวกับหลักการ กฎ นิยามและการยกตัวอย่างภาพให้สอดคล้องกับมโนทัศน์เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ถ้าผู้เรียนตอบถูกให้ 1 คะแนน และถ้าผู้เรียนตอบผิดหรือผู้เรียนไม่ตอบให้ 0 คะแนน

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย
2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 9 ชั่วโมง
3. ในระหว่างที่ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำใบกิจกรรม
4. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 90 นาที จำนวน 30 ข้อ
5. ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนโดยใช้แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ซึ่งทำการคัดเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 6 คน จากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ โดยนำคะแนนมาเรียงจากมากที่สุดไปน้อยที่สุด และเลือกนักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงสูง อันดับที่ 1 และ 2 อย่างละ 1 คน นักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงกลางจำนวน 2 คน และนักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงต่ำ อันดับรองสุดท้ายและอันดับสุดท้าย อย่างละ 1 คน ซึ่งใช้เวลาในการสัมภาษณ์คนละ 15 นาที
6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลจากใบกิจกรรม และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ได้นำมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจ โดยใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ Westbrook and Marek (1991, อ้างอิงใน สวินีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) ซึ่งแบ่งเป็น 5 กลุ่ม ดังนี้ 1) ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ 2) ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก การให้เหตุผลถูกต้องขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน และไม่มีคำตอบที่แสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน และ 3) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วนและมีบางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน 4) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด และ 5) ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือผู้เรียนไม่ตอบคำถาม ส่วนข้อมูลจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ นำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบกับสถิติทีแบบกลุ่มเดียว (t-test one sample) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนสอบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการวิจัย

1. ผลการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ผู้วิจัยวิเคราะห์โมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากการเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งแบ่งเนื้อหาเป็น 3 เรื่อง ได้แก่ 1) หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ และ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ แสดงในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (N = 36)

ใบกิจกรรม	ระดับความเข้าใจ				
	ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)	ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC)	ไม่เข้าใจ (NU)
	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)
เรื่องที่ 1	20 (55.56)	0 (0)	16 (44.44)	0 (0)	0 (0)
เรื่องที่ 2	34 (94.44)	0 (0)	2 (5.56)	0 (0)	0 (0)
เรื่องที่ 3	22 (61.11)	0 (0)	14 (38.89)	0 (0)	0 (0)

จากตาราง 1 ผลการทดสอบโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ได้แก่ 1) หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 55.56, 94.44 และ 61.11 ตามลำดับ รองลงมาคือมีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจคลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) คิดเป็นร้อยละ 44.44, 5.56 และ 38.89 ตามลำดับ และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU) ตัวอย่างความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่อง หน้าที่ตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น นักเรียนตอบว่าการตัดต้นทึบแนวตั้งจากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม นั่นแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฐาน ซึ่งนักเรียนอาจคิดว่าฐานคือส่วนพื้นที่วางต้นทึบที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยม (อาจมองจากลักษณะของการวางต้นทึบ) แต่ฐานที่ถูกต้องคือส่วนของทางเข้าต้นทึบที่คล้ายรูปสามเหลี่ยม เพราะจากบทเรียนจะยึดฐานจากรูปร่างลักษณะของรูปสามมิตินั้นๆ ซึ่งต้นทึบมีรูปร่างลักษณะคล้ายปริซึม

ฐานสามเหลี่ยม ฐานของเต็นท์จะต้องคล้ายรูปสามเหลี่ยม ดังนั้น คำตอบที่ถูกต้อง คือ เต็นท์ที่มีรูปร่างลักษณะคล้ายปริซึม ฐานสามเหลี่ยม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยม นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนที่แสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่อง ภาพที่ได้จากการมอง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น นักเรียนวาดเต็นท์ ที่มีภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง คล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ภาพด้านบนคล้ายรูปวงกลม นั้นแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน เพราะโจทย์ที่นักเรียนได้รับ คือ ให้นักเรียนวาดสิ่งที่มีภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ส่วนนักเรียนที่แสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เช่น นักเรียนวาดภาพลูกบาศก์ผิวด 1 ตำแหน่ง ที่อยู่ตรงกลางแถวบน นั้นแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองภาพ ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ ต้องอยู่ตรงกลางแถวล่าง

2. ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

2.1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 เรื่อง เทียบเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติทดสอบที และระดับนัยสำคัญทางสถิติ ของการทดสอบเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบค่าทีแบบกลุ่มเดียว (t-test one sample) หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (N = 36)

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	\bar{X}	S.D.	% of Mean	t	Sig (1-tailed)
หลังเรียน	36	30	22.08	3.54	73.60	1.84*	0.0374

* มีนัยความสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง พบว่า การทดสอบหลังเรียน การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 22.08 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.54 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 73.60 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ทั้ง 3 เรื่อง เป็นดังนี้

2.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบจำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

2.2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

2.2.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ซึ่งผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นดังนี้ นักเรียนจำนวน 2 คน มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงสูง และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนจำนวน 2 คน ที่มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงกลาง และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) และนักเรียนจำนวน 2 คน ที่มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงต่ำ มีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ทั้ง 3 เรื่อง

การอภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ และมีผลคะแนนในแบบทดสอบสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ เนื่องจากในชั้นปฏิบัติการนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมช่วยทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ได้ลงมือกระทำกับวัตถุในรูปแบบต่างๆ และสัมผัสสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง รวมทั้งกิจกรรมในระหว่างการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ลงมือทำ อาจเป็นส่วนหนึ่งในการเน้นย้ำความเข้าใจของนักเรียนให้มากขึ้นได้ ทำให้นักเรียนสามารถเขียนสรุป อธิบายหลักการได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความสนใจในกิจกรรมที่จะเรียนรู้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่ป็นนามธรรมได้ จึงทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และทำให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ ซึ่งตรงกับแนวคิดของ Santoro (as cited in Mekarkat, 2011, p. 11) ได้กล่าวถึง กิจกรรมปฏิบัติ (Hands-on Activities) เป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนได้ ลงมือปฏิบัติ ได้สัมผัส และเรียนรู้จากการทดลองทำจริง ทำให้นักเรียนเข้าใจจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ทั้งนี้ การใช้กิจกรรมปฏิบัติยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่ลึกซึ้ง มากกว่าการสอนแบบเดิม นอกจากนี้ นักเรียนยังให้ความสนใจในการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้นอีกด้วย และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Wanthamat and Supap (2014) ที่พัฒนางิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง (Hands-on Activities) ร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก เพื่อเสริมสร้างความคิด

รวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ จากสื่อรูปธรรม สามารถมองเห็นภาพได้ชัดเจน ส่งผลให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน

เมื่อพิจารณาในเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ผู้วิจัยยังพบอีกว่าในใบกิจกรรมเรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ นักเรียนสามารถตอบคำถาม และอธิบายเกี่ยวกับหน้าตัดจากสิ่งที่ได้รับได้อย่างถูกต้อง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ยังคงมีนักเรียนบางคนที่มีมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่เข้าใจถึงลักษณะสิ่งของที่เป็นรูปธรรมที่ตัวเองได้รับซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ทำให้ไม่สามารถบอกได้ว่าเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบแล้วหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติแบบใดได้ ส่งผลให้การตอบคำถามของนักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

สำหรับใบกิจกรรมเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนสามารถบอกและอธิบายภาพที่ได้จากการมอง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้เป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างชัดเจน และไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการทำความเข้าใจ แต่ยังคงมีนักเรียนบางคนที่มีมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ในส่วนของใบกิจกรรม เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน ที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ โดยใช้กระดาษไอโซเมตริกได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้จะคล้ายกับเนื้อหาในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างชัดเจน แต่มีบางส่วนที่มีความซับซ้อนและมีรายละเอียดค่อนข้างมาก จึงส่งผลให้มีนักเรียนบางคนมีมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน นั่นคือ นักเรียนอาจเขียนภาพได้ถูกต้อง แต่เขียนตัวเลขผิด หรือเขียนตัวเลขสลับตำแหน่งกัน ซึ่งอาจเกิดจากความสับสนของการมองจำนวนลูกบาศก์ในแต่ละแถว หรือมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ จึงส่งผลทำให้ภาพที่เขียนออกมานั้นเกิดความคลาดเคลื่อน ทั้งนี้ สังเกตได้ว่า จำนวนของนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วนในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ มีมากกว่า เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

นอกจากนี้ ผลจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามเกี่ยวกับหน้าตัดได้อย่างถูกต้อง แต่ยังคงมีนักเรียนบางคน que แสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับลักษณะของภาพที่กำหนดให้ ทำให้ไม่สามารถบอกได้ว่าภาพนั้นเมื่อตัดด้วยระนาบแล้วหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติแบบใด ส่วนผลจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกและอธิบายภาพที่ได้จากการมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ถูกต้อง ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้เป็นเนื้อหาที่ค่อนข้าง

ชัดเจน และไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการทำความเข้าใจ นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนบางคนที่แสดงความเข้าใจคลาดเคลื่อน อาจเกิดจากนักเรียนมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ ส่งผลให้นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกและอธิบายได้ว่าภาพใดคือภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนจากคำถามที่ครูถามได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้คล้ายกับเนื้อหาในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ แต่บางส่วนมีความซับซ้อนของลูกบาศก์ จึงมีรายละเอียดค่อนข้างมาก จึงส่งผลให้มีนักเรียนบางคนอธิบายภาพได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนอาจเกิดความสับสนของการมองจำนวนลูกบาศก์ในแต่ละแถว หรือมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

ครูควรเน้นย้ำในเรื่องของมุมมองในการมองภาพ เพื่อช่วยลดการเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน

2. ข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เช่น การใช้เทคนิคอื่นๆ หรือการสอนอื่นๆ มาร่วมด้วย

2.2 ควรศึกษาสาเหตุ และรูปแบบความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

References

- Dechagupra, P., et al. (2001). *Documentation for conducting classroom research*. Bangkok: Academic Quality Development Institute. [in Thai]
- Hui, C., Hoe, L., & Lee, K. (2017). Teaching and learning with concrete-pictorial-abstract sequence: A proposed model. *The Mathematics Educator*, 17(1), 1-28.
- Leelajaruskul, C. (1999). *Math camp activity set for developing math camps*. Bangkok: The Master Group Management. [in Thai]
- Mekarkat, P. (2011). *Using hands-on activities for developing probabilistic reasoning of Mathayom Suksa 3 students at Pattanaprachauppathum School, Phrae province* (Master thesis). Chiang Mai: Chiang Mai University. [in Thai]
- Ministry of Education. (2008). *Basic Core Curriculum B.E. 2551*. Bangkok: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand. [in Thai]

- National Educational Testing Institute. (2016). *NIETS News*. Retrieved from <http://www.niets.or.th/th/catalog/view/470/12> [in Thai]
- National Educational Testing Institute. (2017a). *The Basic National Educational Test report (O-NET): Mathayomsuksa 3, academic year 2016*. Bangkok: National Educational Testing Institute. [in Thai]
- National Educational Testing Institute. (2018b). *The Basic National Educational Test Report (O-NET): Mathayomsuksa 3, academic year 2560*. Bangkok: National Educational Testing Institute. [in Thai]
- National Educational Testing Institute. (2018c). *The Basic National Educational Test Report (O-NET): Mathayomsuksa 3, academic year 2017, Issue 5 - Statistics based on content for schools*. [in Thai]
- Techasiriyuenyong, P. (2009). *The results of Mathayomsuksa IV students by teaching using inquiry method through mathematics games on reasoning* (Master thesis). Bangkok: Srinakharinwirot University. [in Thai]
- Udomsin, P. (2001). *Measurement and evaluation of mathematics teaching*. Bangkok: Chulalongkorn University Publishing House. [in Thai]
- Wanthamat, C., & Supap, W. (2014). *The development of hands-on learning activities integrated with the rectangular model to enhance mathematical concepts in addition, subtraction, multiplication and division of fractions for Prathomsuksa 5 students* (Master thesis). Phitsanulok: Naresuan University. [in Thai]