

บทความวิจัย (Research Article)

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อ  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5  
THE EFFECTS OF MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BASED ON MATHEMATICAL  
ARGUMENTATION MODEL ON MATHEMATICAL REASONING ABILITY  
OF GRADE 5 STUDENTS

Received: April 29, 2020

Revised: June 13, 2020

Accepted: June 23, 2020

กฤตยาณี พ่วงเสื่อ<sup>1</sup> และวนินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์<sup>2\*</sup>  
Kittayanee Phuangsoo<sup>1</sup> and Wanintorn Poonpaiboonpipat<sup>2\*</sup>

<sup>1,2</sup>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

<sup>1,2</sup>Faculty of Education, Naresuan University, Phitsanulok 65000, Thailand

\*Corresponding Author, E-mail: wsupap@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม กลุ่มเป้าหมายของการวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 9 คน ของโรงเรียนขนาดเล็กแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ 4 วงจร โดยใช้เวลา 12 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ โดยนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและใช้สถิติพื้นฐาน คือ การแจกแจงความถี่และร้อยละ และตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลแบบสามเส้าด้านวิธีการรวบรวมข้อมูล ผลการวิจัยจากใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหา สูงกว่าความสามารถในการให้เหตุผลด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการหาข้อสรุปของปัญหาสูงกว่าด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

**คำสำคัญ:** รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ รูปสี่เหลี่ยม

Abstract

This research objective was to study mathematical reasoning ability of grade 5 students after learning through mathematical argumentation models in quadrilateral topic. The target group of the research are 9 students grade 5 from a small school in Nakhon Sawan Province. The classroom action research was 4 cycles of PAOR for 12 hours. The research instruments were 4 lesson plans, worksheets, test of mathematical reasoning ability and interview. The data were analyzed by content analysis, frequency distribution and percentage, and then checked for the trustworthiness of the data by methodological triangulation and use the statistics for basic data analysis.

The results from worksheets showed that students can develop their reasoning ability in the conclusion of problems more than justify the reasoning of a conclusion in descending order. While the mathematical reasoning test show that most students can draw conclusions about problems higher than consider the reasoning of conclusions.

**Keywords:** Mathematical Argumentation Model, Mathematical Reasoning Ability, Quadrilateral

## บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุมีผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (Ministry of Education, 2017, p. 1)

จากการประเมินโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study: TIMSS) เมื่อปี ค.ศ. 2015 ในส่วนของการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยด้านเนื้อหาสาระและพฤติกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ ความรู้ ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้ การบูรณาการความรู้ และการให้เหตุผล (Office of the Education Council, 2011, pp. 8-12) พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 431 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินที่กำหนดไว้ที่ 500 คะแนน (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2017, p. 33) เพราะแบบทดสอบของ TIMSS นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ ให้เหตุผลประกอบ และเขียนอธิบายคำตอบให้ชัดเจนหรืออธิบายยาวๆ จากการวิจัยต่างๆ สอดคล้องกับผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-Net: Ordinary National Educational Test) ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบความรู้ความคิดของนักเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยนำผลการทดสอบไปใช้เป็นองค์ประกอบในการจบการศึกษาตามหลักสูตรปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนในโรงเรียน ทั้งนี้ ผลการทดสอบปีการศึกษา 2561 นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า คะแนนเฉลี่ยระดับประเทศไม่ถึงร้อยละ 50 โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 37.50 โดยสาระที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุด คือ สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และจากการเรียนการสอนที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2012, p. 1)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญโดยเป็นมาตรฐานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จะต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้นๆ (O'Daffer & Thomquist, 1993, pp. 39-56) และยังเป็นความสามารถของนักเรียนในการแสดงแนวคิด วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาหาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และยืนยันข้อสรุป โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ หลักฐาน ข้อคาดการณ์ต่างๆ และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ มาประกอบการอธิบายได้อย่างสมเหตุสมผล ประกอบด้วย ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ แสดงแนวคิดเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมา

หาข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งเป็นความสามารถของนักเรียนในการยืนยันข้อสรุป โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป (Winaikosol & Noumnom, 2019, p. 4) นอกจากนี้ Makaanong (2010, p. 49) ได้กล่าวว่า มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดที่ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้วครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิดคือการได้คำตอบที่ผิดแต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด

วิธีการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงออกถึงแนวคิดและเหตุผลวิธีการหนึ่งที่น่าสนใจ คือ การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Argumentation) ซึ่งการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Rumsey & Langrall, 2016, pp. 412-419) ช่วยให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด อธิบายเหตุผลโต้แย้งข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และเพิ่มทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ (Hiebert et al., 1999, pp. 111-132) โดยแนวทางในการพัฒนาการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีการพูดอภิปรายและแสดงเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูอย่างมีอิสระ ให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยายหรือการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ส่งเสริมให้นักเรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบและอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์และเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับเนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งการใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการเรียนการสอน (National Council of Teacher of Mathematics, 2000) ซึ่งจะช่วยให้สามารถโต้แย้งวิจารณ์เหตุผลของผู้อื่น สามารถชี้แจงข้อสรุปของตนเองสื่อสารกับคนอื่น ๆ และตอบข้อโต้แย้งของผู้อื่นได้

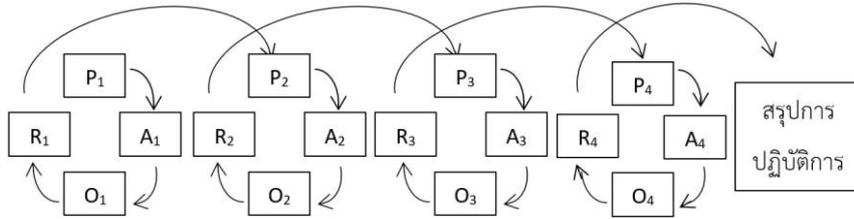
จากความสำคัญและสภาพปัญหาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Knudsen et al. (2018) โดยมีโครงสร้างการโต้แย้งที่เหมาะสมสำหรับครูและนักเรียน ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การสร้างกรณี 2) การคาดเดา 3) การแสดงเหตุผล 4) การสรุป เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม

## วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม

## วิธีการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแบบของ Kemmis (as cited in Kijkuakul, 2014) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจรประกอบด้วยขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ตามลำดับโดยผู้วิจัยดำเนินการวิจัยทั้งหมด 4 วงจร เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการออกแบบการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไป เพื่อพัฒนาการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ดังภาพ 1



ภาพ 1 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

1. **กลุ่มเป้าหมาย** ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนขนาดเล็กแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นครสวรรค์ เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 9 คน

## 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

2.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม จำนวน 4 แผน ได้แก่

1) ชนิดและสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม 2) การสร้างรูปสี่เหลี่ยม 3) การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม 4) โจทย์ปัญหารูปสี่เหลี่ยม ซึ่งแต่ละแผน มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases) เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นความสนใจ และทบทวนความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการอธิบายเนื้อหา เล่นเกม หรือตอบคำถามเพื่อเป็นพื้นฐานในการช่วยให้นักเรียนสร้างกรณีหรือข้อโต้แย้งโดยครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหา กำหนดงาน และสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing) เมื่อครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาครูจะแสดงกรณีทั้งหมดที่ครูและนักเรียนสร้างขึ้น แล้วใช้คำถาม เกม กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคาดเดา ครูควรย้าให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการตัดสินการคาดเดาของคนอื่น และให้นักเรียนเขียนรายงานแสดงการคาดเดาของตนเอง

ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying) ครูจัดแสดงลำดับการคาดเดาของนักเรียนทั้งชั้น แล้วเลือกทีละประเด็นให้นักเรียนพิสูจน์ ให้เหตุผล โดยใช้คำถามผลักดันให้เห็นถึงขั้นตอนและวิธีการหาคำตอบและมุ่งเน้นไปที่การให้เหตุผล เมื่อนักเรียนแสดงถึงการคาดเดาแล้วจะต้องมองหาสาเหตุ และเหตุผลที่ทำให้การคาดเดานั้นเป็นจริง พร้อมอธิบายแสดงวิธีที่แตกต่าง เช่น วาดรูป สร้างตาราง หรือกราฟ ขั้นนี้นักเรียนสามารถพิสูจน์ วิเคราะห์เหตุผลของเพื่อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเหตุผลโดยการโต้แย้ง

ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding) ครูอภิปรายผลการโต้แย้ง สะท้อนผลการปรับปรุงการเขียนของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ประเมินสิ่งที่เรียนรู้ และปรับปรุงแก้ไขรายงาน ขั้นนี้นักเรียนร่วมกันตัดสินใจว่าการคาดเดาเป็นจริงหรือเท็จ บนพื้นฐานของการให้เหตุผลจากการโต้แย้ง และเขียนรายงานสรุปการโต้แย้ง การคาดเดา และการแสดงเหตุผลของตนเองจากกิจกรรม และปรับปรุงแก้ไขรายงานจากการอภิปรายผลตามคำแนะนำ

ผู้วิจัยนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ประกอบไปด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษา ตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ด้าน ได้แก่ ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ ด้านสาระการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ด้านสื่อและแหล่งเรียนรู้ และด้านการวัดผลและประเมินผลโดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของลิเคิร์ต (Likert) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นในแบบประเมิน พบว่า มีค่าเฉลี่ยโดยรวม เท่ากับ 4.34 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.22 ซึ่งถือว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวมีความเหมาะสมมากและสามารถนำไปใช้ได้ และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ควรปรับขั้นการสร้างกรณีในแผนที่ 1 “การจำแนกภาพ” ควรนำรูปสี่เหลี่ยมทั้ง 6 ชนิดมาให้ให้นักเรียนฝึกจำแนก เพื่อให้นักเรียนได้เห็นลักษณะ

ของรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ จะได้เชื่อมโยงถึงสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม 2) ควรปรับกระบวนการนำไปสู่การคาดเดาของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยครูอาจชี้แนะความคิด หรือการคาดเดาที่หลากหลายที่นำไปสู่การแสดงผลและการอภิปรายโต้แย้งได้

2.2 ใบกิจกรรม เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนบันทึกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คนทุกครั้งที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งข้อคำถามในแต่ละใบกิจกรรมจะส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงผลโดยลักษณะของการบันทึกเป็นการเขียนตอบแบบอิสระ ผู้วิจัยนำใบกิจกรรมให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมพร้อมกับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ปรับเพิ่มเฉลยในใบกิจกรรมบางส่วนเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมต่างๆ ถ้าให้นักเรียนเขียนตอบเองทั้งหมดเวลาอาจจะไม่พอ และนักเรียนอาจจะไม่เขียนคำตอบลงในใบกิจกรรม 2) ปรับการตั้งคำถามในใบกิจกรรมให้เจาะจงมากขึ้น เช่น จากเดิมใช้คำถามว่า ให้นักเรียนคาดเดาวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ปรับเป็น ให้นักเรียนคาดเดาวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่แตกต่างกันโดยไม่ใช้การนับช่องตารางให้ได้จำนวนวิธีที่มากที่สุด

2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีทำรวมทั้งสิ้น 8 ข้อ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อคำถามเกี่ยวกับความสามารถในการหาข้อสรุปของปัญหา และความสามารถในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ที่มีแนวคำถามให้นักเรียนได้เขียนแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้เขียนอธิบายถึงที่มาของการได้มาซึ่งคำตอบ หรือเขียนแสดงที่มาของข้อคาดการณ์ของคำตอบที่ได้พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสม พบว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) เป็น 1.00 ซึ่งถือว่ามีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ได้

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.1 ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

3.2 ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 12 ชั่วโมง

3.3 ในระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้ จะแบ่งกลุ่มนักเรียนแบบคละความสามารถจำนวน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันศึกษาและเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดลงในใบกิจกรรมทุกครั้งในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

3.4 เมื่อดำเนินการทำแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนคำตอบได้ครบทุกข้อ และบันทึกลงในแบบสัมภาษณ์ โดยใช้คำถามเดียวกันกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำคำตอบมาศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน

3.5 นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

4.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียนออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 ทั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งความสามารถที่นักเรียนแสดงออกในแต่ละระดับ ตามองค์ประกอบย่อยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 1 จากนั้นผู้วิจัยนับจำนวนกลุ่มนักเรียนแล้วคำนวณเป็นค่าร้อยละในแต่ละระดับ แล้วรายงานผลในรูปของความถี่ ร้อยละ และความเรียง

ตาราง 1 แสดงการจำแนกระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

| ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  | รหัส (Code) | ระดับ/คำนิยาม   |
|--|-------------|---|
| ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | RC1         | ระดับ 1: นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน หรือนักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปหรืออธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปไม่ถูกต้อง  |
|  | RC2         | ระดับ 2: นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้บางส่วน   |
|  | RC3         | ระดับ 3: นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน   |
| ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | RJ1         | ระดับ 1: นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด หรือนักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป |
|  | RJ2         | ระดับ 2: นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องบางส่วน   |
|  | RJ3         | ระดับ 3: นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มาประกอบการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้องทั้งหมด   |

4.2 ผู้วิจัยตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) แบบใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่าหนึ่งชนิด (Methodological Triangulation) ได้แก่ ใบกิจกรรม และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์และสรุปผลการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่าเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร

### ผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้แสดงผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็น 2 ด้าน คือ ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาและด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดย ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้จากใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม จำนวน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ดังตาราง 2 และผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นรายบุคคล จำนวน 9 คน โดยใช้เวลาทำแบบทดสอบทั้งหมด 2 ชั่วโมง และเนื่องจากนักเรียนจำนวน 2 คนไม่สามารถเขียนคำตอบได้ทันเวลา ผู้วิจัยจึงใช้การสัมภาษณ์โดยใช้คำถามเดียวกันกับแบบทดสอบ ผลการวิจัยจากแบบทดสอบแสดงดังตาราง 3

ตาราง 2 แสดงจำนวนนักเรียนรายกลุ่มตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรม

| แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ | ความสามารถรายด้าน                         | จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถ(ร้อยละ) |            |           |
|--------------------------------|---|---|------------|-----------|
|                                |   | ระดับ 3   | ระดับ 2    | ระดับ 1   |
| 1                              | 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | 0 (0.00)  | 1 (33.33)  | 2 (66.67) |
|                                | 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | 0 (0.00)  | 1 (33.33)  | 2 (66.67) |
| 2                              | 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | 0 (0.00)  | 3 (100.00) | 0 (0.00)  |
|                                | 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | 0 (0.00)  | 1 (33.33)  | 2 (66.67) |
| 3                              | 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | 2 (66.67)   | 1 (33.33)  | 0 (0.00)  |
|                                | 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | 1 (33.33)   | 2 (66.67)  | 0 (0.00)  |
| 4                              | 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | 3 (100.00)  | 0(0.00)    | 0 (0.00)  |
|                                | 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | 2 (66.67)   | 1 (33.33)  | 0 (0.00)  |

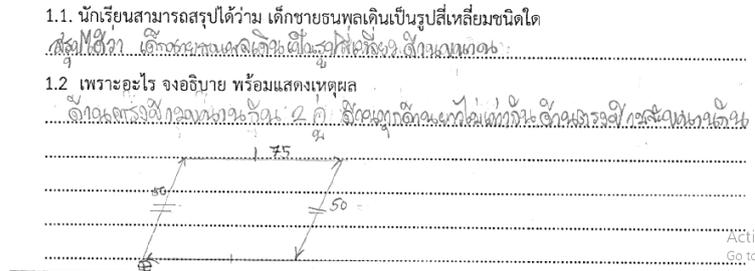
ตาราง 3 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบ

| ความสามารถรายด้าน                         | จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับความสามารถ (ร้อยละ) |           |           |
|---|---|-----------|-----------|
|   | ระดับ 3                                       | ระดับ 2   | ระดับ 1   |
| 1. ด้านการหาข้อสรุปของปัญหา               | 4 (44.44)                                     | 3 (33.33) | 2 (22.22) |
| 2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป | 2 (22.22)                                     | 4 (44.44) | 3 (33.33) |

จากตาราง 2 และ 3 ผู้วิจัยได้พิจารณาความสอดคล้องของระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรม และการทำแบบทดสอบ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาจากใบกิจกรรมในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 - 4 อยู่ในระดับ 1, 2, 3 และ 3 ตามลำดับ ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 - 4 อยู่ในระดับ 1, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จะเห็นได้ว่านักเรียนมีพัฒนาการการหาข้อสรุปของปัญหาสูงกว่าด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป และจากแบบทดสอบ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3 ดังภาพ 2 และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุปนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับ 2 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีความสามารถด้านการหาข้อสรุปของปัญหา สูงกว่าด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป

1. เด็กชายธนพลวิ่งออกกำลังกายออกจากบ้านไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือระยะทาง 50 เมตร เลี้ยวขวาไปทางทิศตะวันออก 75 เมตร แล้ววิ่งกลับมาทางทิศตะวันตกเฉียงใต้เป็นระยะทาง 50 เมตรจากนั้นวิ่งกลับบ้านไปทางทิศตะวันตก

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้



ภาพ 2 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลด้านการหาข้อสรุปของปัญหา

ภาพ 2 นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้ถูกต้องโดยสรุปว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และมีการอธิบายเหตุผลประกอบอย่างชัดเจน โดยการวาดรูป และเขียนอธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่วาดได้ถูกต้อง จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการหาข้อสรุปของปัญหาอยู่ในระดับ 3

### สรุปและอภิปรายผล

เมื่อพิจารณาระดับความก้าวหน้าของความสามารถในการให้เหตุผลรายด้านจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน ดังนี้

1. นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถด้านการหาข้อสรุปของปัญหาจากใบกิจกรรมเพิ่มขึ้นในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแผนสุดท้ายนักเรียนทุกกลุ่มสามารถสร้างข้อสรุปของปัญหาได้อย่างถูกต้องโดยมีการอธิบายเหตุผลประกอบที่มาของข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และจากแบบทดสอบโดยรวมนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 3 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่มซึ่งจะปรึกษากันและหาข้อสรุปในกลุ่มอยู่ตลอดเวลา ในขั้นที่ 1 การสร้างกรณี เริ่มจากผู้วิจัยทบทวนเนื้อหาโดยใช้คำถาม และให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต และสร้างกรณีเพื่อรวบรวมข้อมูลและสรุปกรณีที่แตกต่างกันจากใบกิจกรรมต่างๆ เช่น นักเรียนได้ฝึกสำรวจ สังเกต และหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยใช้วิธีการนับช่องตาราง ขั้นที่ 2 การคาดเดา ผู้วิจัยกำหนดปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย เช่น ถ้านักเรียนต้องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยไม่ใช้การนับช่องตารางนักเรียนสามารถหาพื้นที่ได้โดยวิธีใดบ้าง เพื่อนักเรียนจะได้นำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ความรู้ต่างๆ และข้อมูลที่ได้รวบรวมจากขั้นการสร้างกรณี มาคาดเดาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้คาดเดาไว้ ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล เมื่อนักเรียนคาดเดาคำตอบแล้วนักเรียนแต่ละกลุ่มต้องร่วมกันแสดงแนวคิด ทฤษฎี สมบัติ กฎ หรือสูตรต่างๆ และสรุปเหตุผลประกอบการคาดเดาของกลุ่มตนเอง ขั้นที่ 4 การสรุปผล นักเรียนทุกคนจะได้ร่วมกันสรุปและตัดสินใจว่าผลงานกลุ่มใดถูกต้องที่สุด จากการที่ตรวจสอบเหตุผล ความสมเหตุสมผล และพิสูจน์ความถูกต้องของคำตอบผ่านการนำเสนอผลงาน วิพากษ์ และอภิปรายโต้แย้งร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับ Warren and Cooper (2008) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะสามารถส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้นั้น ควรที่จะเริ่มต้นจากการที่ให้นักเรียนสังเกตและทำความเข้าใจปัญหา หาความสัมพันธ์และความแตกต่างของรูปแบบในสถานการณ์ปัญหานั้น ซึ่งเมื่อนักเรียนเริ่มจะเข้าใจหรือมองเห็นความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหานั้นแล้วนักเรียนจะเรียนรู้ที่จะสร้างข้อคาดการณ์ หาเหตุผลเพื่อได้มาซึ่งข้อสรุปในกรณีทั่วไปได้

2. นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป จากใบกิจกรรมเพิ่มขึ้นในแต่ละวงจร และจากแบบทดสอบโดยรวมนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับ 2 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทาง

คณิตศาสตร์ ในชั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล เมื่อนักเรียนได้คาดเดาคำตอบจากปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ นักเรียนต้องเขียนแสดงเหตุผลประกอบข้อคาดเดาที่นักเรียนได้เขียนไว้ ซึ่งนักเรียนมีจำนวนกลุ่มน้อย การคาดเดาจึงน้อยและมีประเด็นในการโต้แย้งไม่มากเท่าที่ควร ทำให้การตรวจสอบเหตุผล การพิจารณาความสมเหตุสมผล และความถูกต้องของคำตอบแต่ละกลุ่มโดยการวิพากษ์โต้แย้งกลุ่มของคนอื่นที่นักเรียนต้องแสดงการพิสูจน์จึงมีน้อยลงตามไปด้วย ชั้นที่ 4 การสรุป นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการโต้แย้งความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพื่อนำมาตัดสินใจหาข้อสรุปที่ถูกต้องมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับ Yoosook (2012) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลผ่านการอธิบายและเขียนบรรยายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปไปสู่การตัดสินใจหรือยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อาจมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อมีจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่เพิ่มขึ้น เนื่องจากนักเรียนจะมีแนวคิดที่หลากหลาย ส่งเสริมบรรยากาศให้นักเรียนได้เสนอความคิดที่แตกต่างกัน และได้เพิ่มประเด็นการโต้แย้งกันมากขึ้น และครูควรมีคำถามที่คอยกระตุ้นหรือให้กำลังใจกับนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรม หากนักเรียนประสบปัญหาครูไม่ควรจะชี้นำคำตอบแต่ควรตั้งคำถามในเชิงคำตอบ

1.2 ประเด็นที่สำคัญสำหรับการโต้แย้งเกี่ยวกับเรื่องรูปสี่เหลี่ยม คือ ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยม เนื่องจากเป็นพื้นฐานสำคัญของการบอกชนิดและสมบัติ การสร้าง การหาพื้นที่ และการแก้โจทย์ปัญหาและการแสดงเหตุผลประกอบข้อคาดการณ์ ดังนั้นครูควรคาดการณ์คำตอบที่เป็นไปได้ เพื่อจะได้ใช้คำถามกระตุ้นชั้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายโต้แย้งและแสดงเหตุผลได้ครบถ้วน

### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เน้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดอย่างอิสระ สามารถตอบได้อย่างหลากหลายจากปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา และนักเรียนต้องใช้ความสามารถในการสื่อสารค่อนข้างมากตลอดการทำกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งการพูด และการเขียนเพื่อแสดงเหตุผล

## References

- Hiebert, J., Stigler, J., Jennifer, K. W., Jacobs, Givvin, B. K., Garnier, H., Smith, M., Hollingsworth, H., Manaster, A., Wearne, D., & Gallimore, R. (2005). Mathematics teaching in the United States today (and tomorrow): results from the TIMSS 1999 video study. *American Educational Research Association*, 27(2), 111-132.
- Kijkuakul, S. (2014). *Learning science directions for teachers in the 21<sup>st</sup> century*. Phetchabun: Juldiskampim. [in Thai]
- Knudsen, J., Stevens, H., Meloy, T., Kim, H., & Shechtman, N. (2018). *Mathematical Argumentation in Middle School—The What, Why, and How*. California: Corwin.
- Makanong, A. (2010). *Mathematical Skills and Processes: The development of development skill*. Bangkok: Chulalongkorn University Press. [in Thai]
- Ministry of Education. (2017). *Indicators and core curriculum for mathematics learning (revised B.E. 2560) Basic education core curriculum BE 2551*. Bangkok: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand. [in Thai]
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

- O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking mathematical reasoning and proof. In Patricia S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 39-56). New York: Macmillan Publishing Company.
- Office of the Education Council. (2011). *A guide to building knowledge and understanding for director teachers and students to prepare for assessment according to the International Research Project (PISA and TIMSS)*. Bangkok: Prikwan Graphic. [in Thai]
- Rumsey, C., & Langrall, C. W. (2016). Promoting mathematical argumentation. *Teaching Children Mathematics*, 22(7), 412-419.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2012). *mathematical skills and processes*. Bangkok: 3QMedia Company. [in Thai]
- The institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2017). *Research Report of TIMSS 2015*. Retrieved August 12, 2019, from <http://timssthailand.ipst.ac.th/timss/reports> [in Thai]
- Warren, E., & Cooper, T. J. (2008). Patterns That Support Early Algebraic Thinking in the Elementary School. In *Algebra and Algebraic thinking in school mathematics*. Edited by Carole E. G. & Rheta R. USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Winaikosol, T., & Noumnom, P. (2019). Effects of organizing mathematics learning activities sing STEIN's model on mathematical knowledge and reasoning abilities of ninth grade students. *An Online Journal of Education*, 14(1), 1-16. [in Thai]
- Yoosook, W. (2012). *Development of mathematical reasoning ability and creativity of tenth grade students using mathematical extra-curricular activities and experiential learning cycle* (Master thesis). Bangkok: Chulalongkorn University. [in Thai]