

บทความวิจัย (Research Article)

การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต

THE STUDY OF GEOMETRIC REASONING ABILITIES OF
MATHAYOMSUKSA TWO STUDENTS ON PARALLEL LINES
BY USING ACTIVITIES THAT PROMOTE GEOMETRIC THINKING

Received: November 8, 2020

Revised: December 23, 2020

Accepted: December 25, 2020

หทัยทิพย์ จันทวงศ์^{1*} วันดี เกษมสุขพิพัฒน์² และทรงชัย อักษรคิด³
Hataitip Chantawong^{1*} Wandee Kasemsukpipat² and Songchai Ugsonkid³

^{1,2,3}คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์^{1,2,3}Faculty of Education, Kasetsart University, Bangkok 10900, Thailand

*Corresponding Author, E-mail: hchantawong@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 38 คน ของโรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดกรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต จำนวน 13 แผน และแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิตตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา และการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในการให้เหตุผลระหว่างเรียนทั้งสามระดับ คือ ระดับการวิเคราะห์ ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน ระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน ซึ่งนักเรียนให้เหตุผลได้ดีเมื่อได้รับประสบการณ์การเขียนเหตุผลมากขึ้น และความสามารถในการให้เหตุผลหลังจากเรียน นักเรียนได้คะแนนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตร้อยละ 60 ขึ้นไป นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลได้ดีในระดับการวิเคราะห์ และระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน แต่นักเรียนยังต้องฝึกฝนในระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน เนื่องจากยังไม่สามารถให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด

คำสำคัญ: ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ระดับการคิดทางเรขาคณิต กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต เส้นขนาน

Abstract

The purpose of this research was to study the geometric reasoning abilities on parallel lines by using activities that promote geometric thinking. The participants were 38 Mathayomsuksa two students of a large school in Bangkok. The research instruments used in the study consisted of 13 lesson plans using activities that promote geometric thinking and the geometric reasoning abilities test based on geometric thinking level of Van Hiele (1957). Data from the test were analyzed by using descriptive statistic and content analysis to conclude

students' geometric reasoning abilities during and after learning through the activities. The results of the study revealed that the students developed their geometric reasoning abilities during learning in all three levels, that are Analysis level, Informal deduction level and Formal deduction level. The students' geometric reasoning abilities developed better when they gain more experience in writing the reasons. In addition, students' score of geometric reasoning abilities in the test after learning were higher than 60 percent of total score. Most of them had well geometric reasoning abilities in Analysis level and Formal deduction level. However, they still need to practice at Informal deduction level due to they cannot give correct and complete reason for selected properties and theorems.

Keywords: The Geometric Reasoning Abilities, The Geometric Thinking, Activities that Promote Geometric Thinking, Parallel Lines

บทนำ

คณิตศาสตร์มีความสำคัญในการเรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ช่วยพัฒนาความรู้อย่างมีหลักการและเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งเนื้อหาบางอย่างของคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล เช่น ตรรกศาสตร์ และการพิสูจน์ (Makanong, 2014) และการให้เหตุผลเป็นทักษะพื้นฐานของการคิด การแก้ปัญหา เนื่องจากอาศัยการคิดวิเคราะห์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (Ministry of Education, 2017) โดยความสามารถและลักษณะการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ของมนุษย์แต่ละคนแตกต่างกัน นักเรียนบางคนให้เหตุผลอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นที่ยอมรับ ในขณะที่นักเรียนบางคนให้เหตุผลตามสิ่งที่ครูบอก ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตส่วนหนึ่งนั้นขึ้นอยู่กับระดับการคิดทางเรขาคณิต (Makanong, 2010) ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะมีระดับการคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน แม้ว่าจะเรียนในชั้นเรียนเดียวกัน แต่ทุกคนสามารถพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตตามระดับขั้นไปทีละขั้นได้ตามความสามารถในการเรียนรู้ของตนเอง สอดคล้องกับที่ Lall and Lall (as cited in Khemmani, 2008) กล่าวว่า พัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กตามธรรมชาติในช่วงอายุ 11 – 15 ปี เด็กสามารถคิดทีละขั้นในสิ่งที่ เป็นนามธรรมได้และคิดตั้งสมมติฐานได้ โดยการพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตควรพัฒนาระดับขั้นกระบวนการคิดจากง่ายไป ยากหรือสลับซับซ้อนมากขึ้นตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele (as cited in Thipkong, 1989) เนื่องจากจะช่วยให้ นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาโดยวิเคราะห์และสื่อความหมายด้วยคำพูดของตนเอง ซึ่งระดับการคิดทางเรขาคณิต ประกอบด้วย ระดับ 0 หรือขั้นพื้นฐานการมอง (Visualization) นักเรียนรูปร่างภายนอกและบอกชื่อของรูปเรขาคณิตได้ ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความตรวียอดเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตผ่านการสังเกตและการทดลอง ระดับ 2 การนิรนัย อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) นักเรียนสามารถบอกรายละเอียดเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิต สามารถ เปรียบเทียบและบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันได้ ระดับ 3 การนิรนัยอย่างมีแบบแผน (Formal Deduction) นักเรียนสามารถ เข้าใจการพิสูจน์ ทราบว่าอะไรคือสิ่งที่กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์และอาจพิสูจน์สิ่งที่ต้องการนั้นได้มากกว่าหนึ่งวิธี และระดับ 4 การคิดขั้นสุดยอด (Rigor) นักเรียนสามารถคิดอย่างนามธรรม จัดทฤษฎีต่างๆ เข้าเป็นระบบระเบียบและสร้างทฤษฎี ใหม่ๆ โดยเมื่อนักเรียนได้พัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิต จะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต มากขึ้น (Phromniwas, 2010) เนื่องจากระดับการคิดทางเรขาคณิตเป็นการใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้มาแล้ว เพื่อบอก ลักษณะ หาคำตอบ และพิสูจน์ตามลำดับขั้นของความซับซ้อนในการคิด ซึ่งนักเรียนแสดงออกมาโดยการสื่อสาร เช่น การตอบ คำถาม การแสดงความคิดเห็น การเขียนอธิบาย

การพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนขึ้นอยู่กับกิจกรรม การสื่อสาร การใช้ภาษาในการเรียนการสอนที่ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายและสร้างความเข้าใจมากขึ้น (Damsuwarn, 2015) โดย Thipkong (1989) ได้เสนอแนวทางใน

การพัฒนาระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information) นักเรียนสังเกตรูปตัวอย่าง และตอบคำถามเพื่อทบทวนสมบัติและทฤษฎีบท ขั้นที่ 2 การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation) นักเรียนทำกิจกรรมเชิงสำรวจจนได้ข้อค้นพบ และครูแนะนำสัญลักษณ์ที่ใช้ทางเรขาคณิต ตลอดจนสมบัติที่สำคัญๆ ขั้น 3 การอธิบายให้ชัดเจน (Explicating) นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการหาคำตอบ โดยครูช่วยตรวจสอบความถูกต้องและแก้ไขข้อผิดพลาดร่วมกันกับนักเรียน ขั้น 4 การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation) นักเรียนทำแบบฝึกหัด เพื่อฝึกฝนการให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบและการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง และขั้น 5 การบูรณาการ (Integration) นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ต่างๆ ในเรื่องที่ได้เรียนรู้มาเป็นแนวคิดในรูปแบบใหม่ ครูเป็นผู้ทำหน้าที่ช่วยสรุป ซึ่งการใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าว จะช่วยให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในมุมมองที่หลากหลาย ได้แลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน ทำให้สามารถคิดตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล สามารถพิสูจน์และให้เหตุผลได้ถูกต้อง (Pawangkarnan, 2016)

เนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน กำหนดอยู่ในสาระการวัดและเรขาคณิต การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับมาตรฐาน ค 2.2 ตัวชี้วัด ม.2/2 ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนสามารถระบุมุมภายใน มุมแย้ง และมุมภายนอก ซึ่งเป็นมุมที่เกิดจากเส้นตัดตัดเส้นขนาน มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน นำสมบัติดังกล่าวไปใช้ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ตลอดจนนำไปใช้ในการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่องเกี่ยวกับเงื่อนไขของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กัน และนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2019) โดยเนื้อหานี้ นักเรียนจะต้องเรียนรู้ แต่ละเนื้อหาอย่างต่อเนื่องกัน เนื่องจากเนื้อหาก่อนหน้าเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาถัดไป ดังนั้น ครูควรฝึกให้คุ้นเคยกับกระบวนการคิด เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดเชิงตรรกะ จากนั้น จึงค่อยฝึกการเขียนให้เหตุผลที่ต้องมีการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางเรขาคณิตมาประกอบอย่างสมเหตุสมผล โดยเริ่มจากการใช้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อน มีขั้นตอนการคิดและการหาคำตอบที่ไม่ยุ่งยาก ไปจนถึงปัญหาที่ต้องการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายๆ เรื่อง มาช่วยในการคิด (Makanong, 2014) นอกจากนี้ จากประสบการณ์ของผู้วิจัยในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เมื่อครูถามคำถามในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิต นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่นักเรียนส่วนใหญ่จะใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิตในการให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบไม่ครบถ้วน สื่อความหมายไม่ชัดเจน หรือไม่เกี่ยวข้องกับคำตอบ เป็นเหตุผลจากการจดจำสิ่งที่ได้เรียนรู้ที่ผ่านๆ มา แต่ไม่ได้วิเคราะห์คำถามและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามให้ดี จึงควรได้รับการฝึกฝนการให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต

ผู้วิจัยจึงมีความสนใจในการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิตเพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งประกอบด้วย ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) คือ นักเรียนสามารถวิเคราะห์รูปที่กำหนดให้ และบอกสมบัติหรือทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานของรูปที่กำหนดให้ได้ ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) คือ นักเรียนสามารถใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน และสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิตบอกความสัมพันธ์ของรูปที่กำหนดให้ และหาคำตอบตามสิ่งที่โจทย์ถาม และระดับ 3 การนิรนัยอย่างมีแบบแผน (Formal Deduction) คือ นักเรียนเข้าใจการพิสูจน์ ทราบว่าอะไรคือสิ่งที่กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ และสามารถพิสูจน์อย่างเป็นขั้นตอน โดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน และสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต

วิธีการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 38 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในจังหวัดกรุงเทพมหานคร

ขอบเขตของการวิจัย

สาระที่ใช้ในการวิจัย คือ เรื่อง เส้นขนาน ระยะเวลาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 50 นาที มีเนื้อหาประกอบด้วย เส้นขนานและมุมภายใน (3 คาบ) เส้นขนานและมุมแย้ง (3 คาบ) เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (3 คาบ) และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (4 คาบ)

ตัวแปรในการวิจัย

ตัวจัดการกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต จำนวน 13 แผน ใช้เวลาสอนแผนละ 50 นาที ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม ขั้นที่ 2 ขั้นการแนะนำโดยตรงจากครู ขั้นที่ 3 ขั้นการอธิบายอย่างชัดเจน ขั้นที่ 4 ขั้นการศึกษาด้วยตนเอง และขั้นที่ 5 ขั้นการบูรณาการ โดยทุกเนื้อหาในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะมีการทำแบบฝึกหัดเพื่อฝึกฝนการให้เหตุผลตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ในคาบที่ 1 ฝึกฝนการให้เหตุผลระดับการวิเคราะห์ ในคาบที่ 2 ฝึกฝนการให้เหตุผลระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน ในคาบที่ 3 ฝึกฝนการให้เหตุผลระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน (เนื้อหาเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมฝึกฝนการให้เหตุผลระดับนี้ในคาบที่ 3 และ 4)

2. แบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบอัตนัย เพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ประกอบด้วย แบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับย่อย สำหรับใช้ทดสอบหลังเรียนแต่ละเนื้อหา จำนวน 4 ฉบับ ฉบับละ 3 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวมคะแนนทั้งหมด 12 คะแนน ใช้เวลาครั้งละ 15 นาที และแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับรวม สำหรับใช้ทดสอบหลังเรียนครบทุกเนื้อหา มีข้อสอบจำนวน 3 ข้อใหญ่ 7 ข้อย่อย ข้อย่อยละ 4 คะแนน รวมคะแนนทั้งหมด 28 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งข้อคำถามผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ได้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 และกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแต่ละข้อคำถามดังตาราง 1

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตตามระดับการคิดทางเรขาคณิต

ระดับการคิด	ระดับคะแนน	ความสามารถที่แสดงออกในการเขียนให้เหตุผล
การวิเคราะห์	0	ไม่เขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ
	1	เขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานไม่ถูกต้อง และสื่อความหมายไม่ชัดเจน
	2	เขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน และสื่อความหมายไม่ชัดเจน
	3	เขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน และสื่อความหมายชัดเจน
	4	เขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน และสื่อความหมายชัดเจน

ระดับการคิด	ระดับคะแนน	ความสามารถที่แสดงออกในการเขียนให้เหตุผล
การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	0	ไม่เขียนแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา
	1	เขียนแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานไม่ถูกต้อง และสื่อความหมายไม่ชัดเจน
	2	เขียนแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน และสื่อความหมายไม่ชัดเจน
	3	เขียนแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน และสื่อความหมายชัดเจน
การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	4	เขียนแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องทั้งหมด และสื่อความหมายชัดเจน
	0	ไม่เขียนแสดงเหตุผลประกอบการพิสูจน์
	1	เขียนพิสูจน์และให้เหตุผลโดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานไม่ถูกต้อง ไม่เป็นขั้นตอนและไม่นำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการ
	2	เขียนพิสูจน์และให้เหตุผลโดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน ไม่เป็นขั้นตอนและไม่นำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการ
	3	เขียนพิสูจน์และให้เหตุผลโดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องบางส่วน เป็นขั้นตอนเพื่อนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการ
	4	เขียนพิสูจน์และให้เหตุผลโดยใช้สมบัติหรือทฤษฎีบทของเส้นขนานถูกต้องทั้งหมด เป็นขั้นตอนเพื่อนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ดำเนินการสอนนักเรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต จำนวน 13 คาบ คาบละ 50 นาที ในระหว่างการสอน ผู้วิจัยเก็บข้อมูลจากการตอบคำถามและการทำกิจกรรมระหว่างเรียน และการเขียนให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบและการพิสูจน์ในการทำแบบฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในระหว่างเรียน

2. หลังจากการสอนแต่ละเนื้อหา ได้แก่ เส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ให้นักเรียนทำแบบวัด การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับย่อย โดยใช้เวลาในการทำแบบวัดครั้งละ 15 นาที

3. หลังจากการสอนครบทุกเนื้อหา ให้นักเรียนทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับรวม โดยใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

4. นำผลการทดสอบแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต มาวิเคราะห์ตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele และสรุปลักษณะการให้เหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลการให้เหตุผลทางเรขาคณิตตามระดับการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele โดยใช้สถิติเชิงพรรณนา และการวิเคราะห์เนื้อหา ดังนี้

1. เพื่อสรุปความสามารถการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนในระหว่างเรียน ผู้วิจัยหาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 – 4 จากการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับย่อย และวิเคราะห์เนื้อหาการให้เหตุผลประกอบคำตอบจากการทำแบบวัดการให้เหตุผล แบบฝึกหัด และแบบบันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากนั้นสรุปพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน

2. เพื่อสรุปความสามารถการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนหลังเรียน ผู้วิจัยหาคำร้อยละของคะแนนที่ได้จากนักเรียนทั้งหมดในการให้เหตุผลแต่ละระดับการคิดทางเรขาคณิต และวิเคราะห์เนื้อหาการให้เหตุผลประกอบคำตอบจากการทำแบบวัดการให้เหตุผลจากนั้น สรุปความสามารถในการให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน

ผลการวิจัย

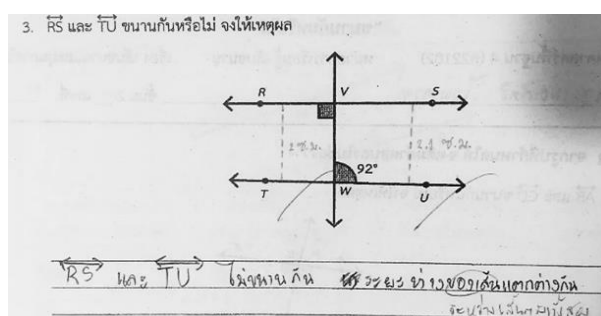
จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนในระหว่างเรียน นักเรียนมีพัฒนาการในการให้เหตุผลไปตามระดับขั้นของการคิดทางเรขาคณิต ซึ่งมีคะแนนการให้เหตุผลในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับย่อย ดังตาราง 2

ตาราง 2 ร้อยละของนักเรียนที่ได้รับระดับคะแนนต่าง ๆ ในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับย่อย

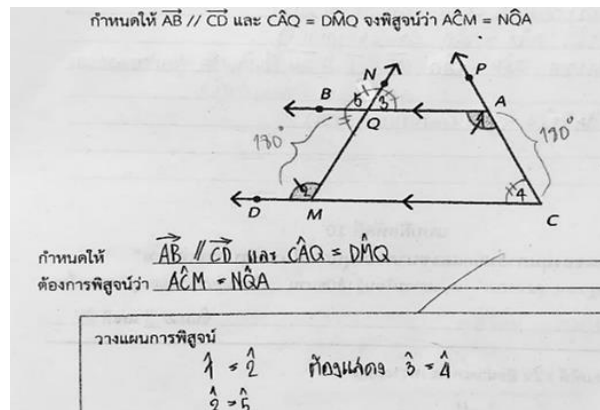
เนื้อหา	การให้เหตุผลตามระดับการคิดทางเรขาคณิต	ระดับคะแนน (ร้อยละของนักเรียน)				
		0	1	2	3	4
มุมภายใน	การวิเคราะห์	10.53	5.26	7.90	13.15	63.16
	การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	23.68	63.16	7.90	5.26	0
	การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	5.26	36.84	34.22	18.43	5.26
มุมแย้ง	การวิเคราะห์	18.43	18.43	13.15	13.15	36.84
	การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	18.43	15.79	21.04	26.32	18.43
	การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	65.78	18.43	2.63	5.26	7.90
มุมภายนอกกับมุมภายใน	การวิเคราะห์	21.04	42.11	23.68	10.53	2.63
	การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	2.63	23.68	57.90	15.79	0
	การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	23.68	26.32	23.68	15.79	10.53
รูปสามเหลี่ยม	การวิเคราะห์	10.53	10.53	23.68	21.04	34.22
	การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	0	2.63	42.11	39.47	15.79
	การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	0	7.90	34.22	44.74	13.15

โดยเมื่อพิจารณาคำตอบของนักเรียน พบว่า การให้เหตุผลระดับการวิเคราะห์ ในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถวิเคราะห์รูปที่กำหนดให้และให้เหตุผลได้ว่า เมื่อเส้นตรงสองเส้นขนานกัน มุมใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมคูใดที่เป็นมุมแย้ง แต่ยังให้เหตุผลโดยใช้ทฤษฎีบทของเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในไม่ชัดเจน และในการทำแบบฝึกหัด นักเรียนบางส่วนเลือกใช้สมบัติที่ถนัดจากสมบัติที่ได้เรียนรู้ไปแล้วดังภาพ 1



ภาพ 1 ตัวอย่างการให้เหตุผลประกอบคำตอบในการตรวจสอบว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่

จากภาพ 1 สามารถให้เหตุผลโดยใช้สมบัติของระยะห่างระหว่างเส้นขนานหรือสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน นักเรียนบางส่วนจึงเลือกการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นและระบุเหตุผลโดยใช้สมบัติของระยะห่างระหว่างเส้นขนาน และการให้เหตุผลระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน และระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน ในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ของมุมต่างๆ จากรูปที่กำหนดให้ได้อย่างเป็นขั้นตอน พร้อมให้เหตุผลประกอบข้อความแสดงความสัมพันธ์โดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่งสองระดับนี้นักเรียนให้เหตุผลได้ดีเมื่อได้รับประสบการณ์การเขียนให้เหตุผลมากขึ้นในเนื้อหาเส้นขนานและมุมภายในนอกกับมุมภายใน และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ซึ่งการทำแบบฝึกหัดช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนการพิสูจน์ นักเรียนส่วนใหญ่มีการวางแผนตามความเข้าใจ ดังภาพ 2



ภาพ 2 ตัวอย่างการเขียนสัญลักษณ์ลงในรูปและการวางแผนตามความเข้าใจของนักเรียน

จากภาพ 2 นักเรียนแสดงการวางแผนตามความเข้าใจของตนเองโดยการเขียนหมายเลขที่มุมต่างๆ แทนชื่อมุมที่เป็นตัวอักษร และใส่สัญลักษณ์ของมุมที่มีขนาดเท่ากัน ลงในรูปที่กำหนดให้ ซึ่งการวางแผนช่วยให้นักเรียนสามารถเขียนพิสูจน์ได้อย่างเป็นขั้นตอนจนได้สิ่งที่โจทย์ต้องการ

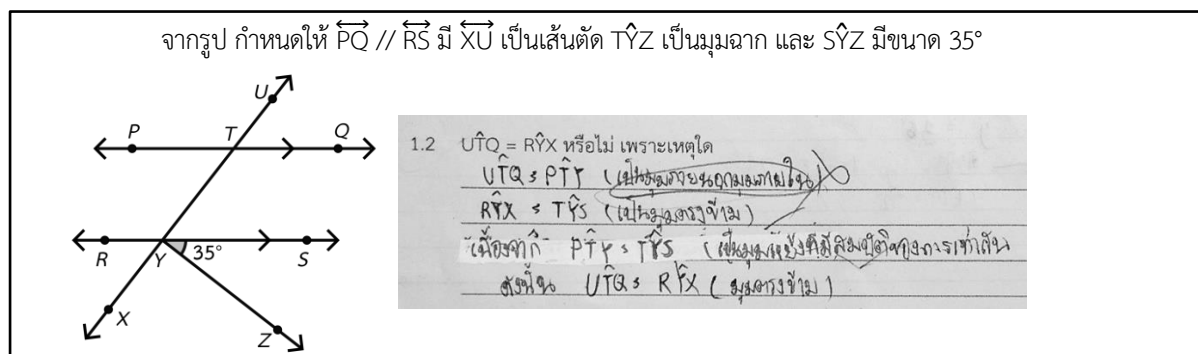
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนหลังเรียน นักเรียนมีคะแนนการให้เหตุผลในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับรวม ดังตาราง 3

ตาราง 3 คะแนนการให้เหตุผลในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับรวม

ระดับการคิดทางเรขาคณิต	คะแนนการให้เหตุผลทางเรขาคณิต		
	รวมคะแนนเต็ม ของนักเรียนทั้งหมด	รวมคะแนน ที่นักเรียนได้	ร้อยละของคะแนน ที่นักเรียนได้
การวิเคราะห์	456	289 (ส่วนใหญ่ 3 – 4 คะแนน)	63.37
การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน	304	183 (ส่วนใหญ่ 1 – 3 คะแนน)	60.20
การนิรนัยอย่างมีแบบแผน	304	182 (ส่วนใหญ่ 2 – 3 คะแนน)	59.87

จากตาราง 3 นักเรียนได้คะแนนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตร้อยละ 60 ขึ้นไป โดยเมื่อพิจารณาคำตอบของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลได้ดีในระดับการวิเคราะห์ และระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน สามารถใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบและการพิสูจน์นำไปสู่สิ่งที่

โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่ยังคงฝึกฝนการให้เหตุผลระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน เนื่องจากนักเรียนสามารถแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด จึงมีจำนวนนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนมากกว่าระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผน ซึ่งการแก้ปัญหานักเรียนที่ยังต้องฝึกฝนการให้เหตุผลแสดงดังภาพ 3



ภาพ 3 ตัวอย่างการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหานักเรียนในการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ฉบับรวม

จากภาพ 3 นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยเขียนความสัมพันธ์ของมุมที่มีขนาดเท่ากันอย่างเป็นขั้นตอน แต่นักเรียนให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิตไม่ถูกต้องในบางขั้นตอน และใช้สมบัติเดียวกัน เช่น สมบัติของมุมตรงข้าม ในการให้เหตุผลประกอบมุมที่มีขนาดเท่ากันแต่มีลักษณะแตกต่างกัน โดยเหตุผลที่ไม่ถูกต้องตามสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต ได้แก่ บรรทัดที่ 1 เนื่องจากนักเรียนมองว่า UQ เป็นมุมภายนอกของเส้นขนาน PT เป็นมุมภายในของเส้นขนาน ซึ่งเป็นการเข้าใจผิดเกี่ยวกับการใช้คำว่า “มุมภายนอกและมุมภายใน” ที่สื่อความหมายถึงมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด และบรรทัดที่ 4 ซึ่งเป็นการเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติของมุมตรงข้าม

อภิปรายผลการวิจัย

ผลความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตหลังการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน พบว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิตในระดับการวิเคราะห์ ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน และระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผนได้อย่างถูกต้องและสื่อความหมายชัดเจน ซึ่งมีคะแนนการให้เหตุผลทางเรขาคณิตร้อยละ 60 ขึ้นไป ทั้งนี้ การที่นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนในระดับต่างๆ เกิดขึ้นจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต (Thipkong, 1989) ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่บทเรียน โดยใช้คำถาม การสังเกตรูปตัวอย่างและตอบคำถาม เช่น มุมใดบ้างที่เป็นมุมภายใน มุมภายนอก มุมคูใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน ช่วยกระตุ้นความคิดในการหาขนาดของมุมและช่วยทบทวนความรู้ความเข้าใจในสมบัติและทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ขั้นที่ 2 การแนะนำโดยตรงจากครู นักเรียนได้รู้จักการใช้สัญลักษณ์ทางเรขาคณิต และได้ปฏิบัติหรือสำรวจอย่างเป็นขั้นตอน เช่น การวัดขนาดของมุมต่างๆ จนได้ ข้อค้นพบที่ทำให้เข้าใจสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานมากขึ้น ขั้นที่ 3 การอธิบายให้ชัดเจน นักเรียนอธิบายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็น หรือจากประสบการณ์ก่อนหน้านี้ เช่น เมื่อครูยกตัวอย่างการหาค่าของตัวแปรและการหาขนาดของมุมจากรูปที่กำหนดให้ แล้วนักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของมุมต่างๆ และร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการหาคำตอบ โดยครูช่วยตรวจสอบความถูกต้อง แนะนำและช่วยแก้ไขข้อผิดพลาดซึ่งมุมมองที่แตกต่างทำให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลอย่างหลากหลาย ขั้นที่ 4 การศึกษาด้วยตนเอง นักเรียนได้ฝึกฝนทำโจทย์ที่ซับซ้อนขึ้น ได้รับประสบการณ์ เช่น การทำแบบฝึกหัดการให้เหตุผลประกอบการหาคำตอบและการพิสูจน์ โดยเมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนการเขียนให้เหตุผลมากขึ้น ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามในการเขียนให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทต่างๆ

อย่างถูกต้อง ครบถ้วน สื่อความหมายชัดเจน และขั้นที่ 5 การบูรณาการ นักเรียนร่วมกันสรุปข้อค้นพบความสัมพันธ์ต่างๆ ในเรื่องที่ได้เรียนรู้ลงในใบกิจกรรม แม้ว่าในบางคาบนักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ด้วยตนเองได้ทั้งหมด แต่เมื่อครูเป็นผู้ช่วยสรุปและตั้งคำถามให้นักเรียนถามตอบแสดงความคิดเห็น นักเรียนสามารถสรุปความรู้และนำไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดและเรียนรู้เนื้อหาถัดไปได้ ซึ่งหลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนดังกล่าว นักเรียนมีลำดับขั้นของการเรียนรู้ดีขึ้น มีการวางแผนตามความถนัดของตนเอง แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันจนได้ข้อสรุปในการหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของ Namchitrong (2003) และ Keawwande (2016) ที่พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เป็นขั้นตอนอย่างชัดเจน ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงการพิสูจน์ด้วยตนเอง ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ได้รับประสบการณ์จากการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางเรขาคณิตขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้และทำแบบฝึกหัด นักเรียนมีพัฒนาการในการให้เหตุผลไปตามระดับขั้น ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในทุกเนื้อหาของเรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยจัดลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตตามรูปแบบของ Van Hiele (Sutthirath, 2018) โดยดำเนินการจัดการเรียนรู้ไปตามลำดับระดับการคิดทางเรขาคณิต การที่จะมีระดับการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผนได้ จะต้องมีการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนและระดับการวิเคราะห์มาก่อน ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของ Chutkaew (2006) และ Tangsa-nguantham (2017) ที่พบว่า การคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้แนวทางในการเรียนการสอนเรขาคณิตตามรูปแบบของ Van Hiele มีการพัฒนาการคิดไปถึงลำดับขั้น และไม่มีนักเรียนคนใดเปลี่ยนข้ามลำดับขั้นเกินหนึ่งขั้น และมีลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตสูงสุด คือ ระดับ 3 การนิรนัยอย่างมีแบบแผน โดยเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ นักเรียนสามารถให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานจากเนื้อหาก่อนหน้านี้ได้ดีขึ้น ทั้งนี้ อาจเพราะว่านักเรียนได้ทบทวนสมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและได้นำมาใช้ซ้ำ ซึ่งสอดคล้องกับ Mekanong (2014) เกี่ยวกับการนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบาย ให้เหตุผล พิสูจน์เรื่องใดนั้น นักเรียนควรมีความรู้ความเข้าใจในพื้นฐานทางเรขาคณิต สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิต นอกจากนี้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตเป็นไปตามระดับขั้นเกิดจากการสอนแก้ปัญหาและพิสูจน์เกี่ยวกับเส้นขนาน (Pipithkul, 2002) โดยนักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจ แยกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหาคำตอบหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ เขียนวางแผนตามความถนัดของตนเอง โดยเขียนเชื่อมโยงมุมที่มีขนาดเท่ากันหรือเขียนสัญลักษณ์เพิ่มเติมและขนาดมุมลงในรูปที่กำหนดให้ จากนั้นเขียนแสดงขั้นตอนแก้ปัญหาและเขียนพิสูจน์ตามที่ได้ออกแบบไว้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนจนได้สิ่งที่โจทย์ต้องการ

อย่างไรก็ตาม หลังจากการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางเรขาคณิต พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลในระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผนได้ดีกว่าระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน ทั้งนี้ อาจเพราะว่าการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน เป็นการใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานในการให้เหตุผลเกี่ยวกับลักษณะและขนาดของมุม ซึ่งการทำข้อสอบระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผนชัดเจนว่าต้องเขียนพิสูจน์อย่างเป็นขั้นตอนพร้อมให้เหตุผลประกอบ และนักเรียนมีประสบการณ์ของการใช้สมบัติและทฤษฎีบทเกี่ยวกับเรขาคณิตในการพิสูจน์ ทั้งระหว่างเรียนเรื่องนี้และการเรียนที่ผ่านมา สอดคล้องกับผลวิจัยของ Jaidech (2012) ที่พบว่า นักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตระดับ 3 จะต้องมีความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต การใช้บทนิยาม เพื่อแสดงการพิสูจน์ทางเรขาคณิต แต่การทำข้อสอบระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนเป็นการหาขนาดของมุมและให้เหตุผลประกอบ การแก้ปัญหา และข้อสอบแต่ละข้อในแบบวัดทางให้เหตุผลทางเรขาคณิตสามารถหาคำตอบได้โดยไม่ต้องพิจารณาจากคำตอบของข้อก่อนหน้า นักเรียนบางส่วนที่บริหารเวลาไม่ดี จึงแสดงการแก้ปัญหาไม่ครบทุกขั้นตอน ทำให้ไม่ได้คะแนนในส่วนของการให้เหตุผล และยังมีนักเรียนที่เขียนลำดับขั้นตอน ให้เหตุผลไม่ตรงกับขั้นตอน ไม่สามารถอธิบายและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของมุมต่างๆ และไม่ใช่ข้อมูลที่กำหนดให้ในโจทย์ช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับผลวิจัยของ Ruksachol (2009) ที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนสื่อสารได้ไม่ค่อยดี เนื่องจากเมื่อนักเรียนไม่ได้อ่านให้รอบคอบว่าโจทย์ถามอะไร มุ่งแต่จะทำให้เสร็จ และไม่ตรวจสอบ

การให้เหตุผล นอกจากนี้อาจมีลักษณะของโจทย์และรูปที่กำหนดให้ ถ้าโจทย์ซับซ้อนมากเกินไปและรูปไม่ชัดเจน ในทิศทางหรือสัญลักษณ์ที่ทำให้เข้าใจผิด เช่น มีเส้นตรงขนานกัน 3 คู่ มีรังสีที่แบ่งมุมออกเป็นหลายมุม นักเรียนจะมีความพยายามในการหาคำตอบและอาจให้เหตุผลโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบทที่ไม่ถูกต้องหรือไม่เกี่ยวข้อง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัย

1.1 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน นักเรียนจะสามารถให้เหตุผลได้ดีในระดับการนิรนัยอย่างมีแบบแผนได้ จะต้องมีการคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนและระดับการวิเคราะห์หมาก่อน ซึ่งเกิดจากการตอบคำถาม การอภิปรายแนวทางการหาคำตอบ การทำแบบฝึกหัดการให้เหตุผลที่เหมาะสมต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน และเมื่อนักเรียนเขียนคำตอบแล้วครูพบว่ายังมีข้อผิดพลาด เช่น การใช้สัญลักษณ์ การเขียนเหตุผลไม่ถูกต้อง ครูต้องมีการอธิบายให้ชัดเจนและแก้ไขข้อผิดพลาดร่วมกันกับนักเรียน จึงช่วยให้นักเรียนให้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง และสื่อความหมายชัดเจน

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนาน ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรขาคณิตของ Van Hiele ส่งเสริมให้นักเรียนได้เชื่อมโยงและอธิบายความสัมพันธ์ของมุม ร่วมกันอภิปราย วางแผน สามารถเขียนแก้ปัญหาและพิสูจน์อย่างเป็นขั้นตอน ดังนั้นควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลักษณะนี้ ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนตามระดับการคิดทางเรขาคณิตที่เหมาะสมกับความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีพัฒนาการในระดับการคิดทางเรขาคณิตแตกต่างกัน และเหมาะสมกับเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิต เช่น ความเท่ากันทุกประการ ความคล้าย วงกลม เป็นต้น ซึ่งมีจุดประสงค์ในการเรียนรู้แตกต่างกัน

2.2 ควรมีการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น เช่น การแก้ปัญหา เรื่อง เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ซึ่งช่วยให้นักเรียนคิดอย่างมีระบบ ได้สำรวจจนเกิดข้อค้นพบ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และได้แนวทางในการหาคำตอบ

2.3 ควรสร้างข้อคำถามที่ชัดเจนว่าให้นักเรียนเขียนให้เหตุผลทางเรขาคณิตระดับใด เช่นคำถามข้อที่วัดการให้เหตุผลระดับการนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผนควรมีข้อความให้เขียนเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเขียนเหตุผลในทุกขั้นตอน ไม่เขียนเฉพาะขั้นตอนแรกหรือขั้นตอนสรุปคำตอบสุดท้าย

References

- Chutkaew, C. (2006). *A development of geometric units and levels of geometric thought based on the Van Hiele Model by using dynamic geometry software for mathayomsuksa II students* (Doctoral dissertation). Bangkok: Kasetsart University. [in Thai]
- Damsuwan, W. (2015). *Concepts and research on mathematics understanding*. Bangkok: Danex Interporation. [in Thai]
- Jaidech, A. (2012). *Developing geometric thinking on Pythagorean theorem of mathayomsuksa 2 students by using the Van Hiele teaching approach* (Master thesis). Chiang Mai: Chiang Mai University. [in Thai]

- Keawwandee, C. (2016). *Promoting geometry proof ability on parallel lines of grade 8 students by using the Van Hiele teaching approach and the geometer's sketchpad program* (Master thesis). Chiang Mai: Chiang Mai University. [in Thai]
- Khemmani, T. (2008). *Science of teaching pedagogy: Body of knowledge for learning management with performance* (7th ed.). Bangkok: Chulalongkorn University Press. [in Thai]
- Makanong, A. (2010). *Mathematical skills and processes: Development for evolution*. Bangkok: Chulalongkorn University Press. [in Thai]
- Makanong, A. (2014). *Mathematics for high school teachers*. Bangkok: Faculty of Education, Chulalongkorn University. [in Thai]
- Ministry of Education. (2017). *Indicators and Core Strands Learning of Mathematics (Revised version B.E. 2560) by Basic Education Core Curriculum B.E. 2551*. Bangkok: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand. [in Thai]
- Namchitrong, N. (2003). *The comparison of students' geometric achievement between teaching emphatic the Van Hiele Model and traditional method* (Master thesis). Bangkok: Kasetsart University. [in Thai]
- Pawangkanan, S. (2016). *The study of mathematics learning achievement of mathayomsuksa two students on "parallel lines" by using the Van Hele phases of learning in instructional activities at Triamudomsuksanomklao School, Bangkok* (Master thesis). Bangkok: Kasetsart University. [in Thai]
- Phromniwas, Y. (2010). *Effects of organizing learning activities using the Van Hiele model on mathematics learning achievement and geometric reasoning ability of eighth grade students* (Master thesis). Bangkok: Chulalongkorn University. [in Thai]
- Pipithkul, Y. (2002). *Teaching and learning mathematics in the education reform era*. Bangkok: Bophit Printing. [in Thai]
- Ruksachol, O. (2009). *Learning activities management on "the relationship between two dimension and three dimension geometric figures" by using emphasize learning activities on mathematics skill and process for mathayomsuksa one students at Watsamukkayaram School, Changwat Nakorn Si Thammarat* (Master thesis). Bangkok: Kasetsart University. [in Thai]
- Sutthirat, C. (2018). *80 innovations for learning management on child centered learning*. Bangkok: P Balans Design and Printing. [in Thai]
- Tangsa-nguantham, A. (2017). *Developing instructional model in geometric proof for mathayomsuksa three students* (Master thesis). Bangkok: Kasetsart University. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2019). *Teacher manual for basic math courses Vol. 2 by indicators and core strands learning of mathematics (revised version B.E. 2560) by Basic Education Core Curriculum B.E. 2551*. Retrieved November 16, 2019, from www.scimath.org/e-books/10546/flippingbook/16/index.html
- Thipkong, S. (1989). Van Hiele Model: Sequence of steps to learn geometry. *Kasetsart Educational Review*, 5(3), 91 – 99. [in Thai]