



Academic Article

TECHNOLOGICAL PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE
FOR MATHEMATICS TEACHER

ความรู้เนื้อหาพหุสาขามathsและเทคโนโลยีสำหรับครูคณิตศาสตร์

Received: March 2, 2023

Revised: April 29, 2023

Accepted: May 18, 2023

Samart Payomhom^{1*}

สามารถ พยอหมอม^{1*}

¹Faculty of Science and Technology, Thepsatri Rajabhat University, Lopburi 15000, Thailand

¹คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี

*Corresponding Author, E-mail: samart.p@lawasri.tru.ac.th

Abstract

To be successful in teaching and learning mathematics, not only content knowledge and pedagogical knowledge, also teachers must have knowledge about how to use technology effectively in teaching and learning. Mathematics teachers understand Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK). Mathematics teachers can apply knowledge in all three parts: content knowledge, pedagogical knowledge and technological knowledge. Pedagogical content knowledge (PCK) for mathematics teachers it is the knowledge of the teacher who chooses a teaching method that is appropriate for the content and suitable for the learners. Technological content knowledge (TCK) for mathematics teachers it is knowledge that teachers choose technology to suit the content, and technological pedagogical knowledge (TPK) for mathematics teachers it is knowledge that teachers choose to use technology that is suitable for teaching content. All three parts are Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) for mathematics teachers. In addition, teachers with such knowledge can use technology to organize learning activities to encourage students to develop problem-solving skills, reasoning, conceptual connecting and giving students the opportunity to present their ideas. Technology enables students to acquire adequate knowledge and understanding as well as to develop mathematical process skills. Also, technology can make abstract mathematics to be more clearly and help students about knowledge inquiry and demonstration in the classroom. Technological Pedagogical Content Knowledge of mathematics teachers is the knowledge about integration technology in the content in various methods. Mathematics teachers have to choose suitable technology for the content. When mathematics

teachers have TPACK, they will use technology as a tool for learning and working to manage mathematics teaching effectively.

Keywords: Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK), Mathematics Teacher, Teaching Mathematics

บทคัดย่อ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ นอกจากครูคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้ด้านเนื้อหา มีความรู้ด้านการสอนแล้ว ครูคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้ด้านการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงให้เห็นถึงครูคณิตศาสตร์มีความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) ซึ่งครูคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ทั้งสามส่วนคือ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านวิธีสอนและความรู้ด้านเทคโนโลยีมาผสานเข้าด้วยกัน ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอน (PCK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ของครูผู้สอนที่เลือกวิธีสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน ความรู้เนื้อหาสาระเทคโนโลยี (TCK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ครูผู้สอนเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา และความรู้เทคโนโลยีเนื้อหาสาระวิธีสอน (TPK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ครูผู้สอนเลือกใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมกับการสอนเนื้อหา ทั้งสามส่วนจึงเป็นความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ ครูที่มีความรู้ดังกล่าว สามารถใช้เทคโนโลยีในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล สร้างการเชื่อมโยงแนวคิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สามารถนำเสนอแนวคิดของตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ ตลอดจนเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมได้ชัดเจนขึ้น เทคโนโลยีช่วยในการสืบเสาะความรู้ในห้องเรียน การสาธิตในห้องเรียน ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยีของครูคณิตศาสตร์ จึงเป็นความรู้เกี่ยวกับการนำเทคโนโลยีมาใช้ในเนื้อหาสาระด้วยวิธีการต่างๆ โดยครูคณิตศาสตร์ต้องเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา เมื่อครูคณิตศาสตร์มีความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี จะใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการทำงาน จะช่วยให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำสำคัญ: ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี ครูคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์

บทนำ (Introduction)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคนและการพัฒนาประเทศ ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์เข้าใจสิ่งต่างๆ สามารถแก้ปัญหาในชีวิตได้อย่างมีเหตุผลและยังเป็นพื้นฐานของการพัฒนาความคิดเพื่อสร้างความเจริญในด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทั้งนี้ประเทศไทยมีความพยายามอย่างมากที่จะพัฒนาการศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของชาติ เพื่อให้เป็นพื้นฐานที่มั่นคงของการพัฒนาเทคโนโลยี โดยเป็นที่เชื่อกันในระดับนโยบายว่ารากฐานที่มั่นคงของการพัฒนาประเทศ ตั้งอยู่บนรากฐานของการมีนักวิทยาศาสตร์ นักเทคโนโลยีและบุคลากรด้านเทคนิคที่มากพอ ทั้งนี้ การผลิตบุคลากรเหล่านี้จำเป็นต้องสร้างรากฐานจากการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและคณิตศาสตร์ที่ทันสมัยและมีคุณภาพในทุกๆ ระดับการศึกษา (Thipkong, 2002; Mekanong, 2004; Klainin, 2015) ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับลักษณะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์และผู้เรียน ครูควรมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ ที่ทำให้เนื้อหาวิชามีความหมายต่อผู้เรียนและใช้วิธีการสอนที่เหมาะสมเพื่อช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งนี้ Shulman (1986) ได้กล่าวว่า ครูต้องมีความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอน (Pedagogical Content Knowledge หรือ PCK) ซึ่งเป็นการผสมผสานความรู้เนื้อหา (Content Knowledge: CK) และความรู้วิธีสอน (Pedagogical Knowledge: PK)

เพื่อนำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดเรียงและนำเสนอเนื้อหาให้สอดคล้อง เหมาะสมกับความสนใจและความสามารถที่หลากหลายของผู้เรียน และครูต้องรู้จักวิธีการถ่ายทอดความรู้ที่ตนเองมีให้นักเรียนเข้าใจได้โดยง่าย นอกจากนี้ด้วยความก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ในระบบการศึกษามีการนำเทคโนโลยีเข้ามาใช้เพื่อจัดการศึกษาและส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน เทคโนโลยีจะทำให้กระบวนการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ผู้สอนสามารถใช้เทคโนโลยีในการสนับสนุนและการจัดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากแนวคิดความในรู้เนื้อหาสาระวิธีสอน (PCK) และความสำคัญของเทคโนโลยีเมื่อเพิ่มการผสมผสานเทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอน ทำให้เกิดแนวคิดความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (Technological Pedagogical Content Knowledge: TPACK) ที่กล่าวถึงการผสมผสานความรู้ด้านเนื้อหา (Content Knowledge: CK) ความรู้ด้านวิธีสอน (Pedagogical Knowledge: PK) และความรู้ด้านเทคโนโลยี (Technology Knowledge: TK) โดยครูต้องเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา ครูคณิตศาสตร์เมื่อใช้เทคโนโลยีในกิจกรรมการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในแนวคิดหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้สื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต The Geometer's Sketchpad (GSP) หรือ GeoGebra อธิบายพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีความยาวฐานและความสูงเท่ากัน เมื่อครูและนักเรียนปรับความยาวและความสูงของรูปสี่เหลี่ยม พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งเสมอ เป็นต้น นอกจากนี้ การบูรณาการเทคโนโลยีในชั้นเรียนของครูคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในยุคที่เทคโนโลยีเข้ามามีบทบาทต่อชีวิต นักเรียนสามารถค้นคว้าและเรียนรู้ด้วยตนเองจากแหล่งเรียนรู้ที่มีในอินเทอร์เน็ต เช่น คลังความรู้ Scimath (www.scimath.org), GeoGebra Classroom Resources (www.geogebra.org/materials) เป็นต้น รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะทำให้ครูคณิตศาสตร์มีความรู้ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้ เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายและนำเทคโนโลยีเข้ามามีบทบาทในการจัดการเรียนรู้ในด้านต่างๆ ที่สามารถบูรณาการเทคโนโลยีเข้าสู่หลักสูตรคณิตศาสตร์ได้ เช่น การสืบเสาะความรู้ในห้องเรียนร่วมกัน การสาธิตในห้องเรียน หรือการเรียนนอกเวลาและนอกห้องเรียน ในแวดวงการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยมีการนำเทคโนโลยีและนวัตกรรมในการจัดการเรียนรู้อคณิตศาสตร์เข้ามาใช้อย่างแพร่หลาย ทั้งนี้ก็เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจ ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจและเกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK)

ความหมายของ TPACK ตามพจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการนำเทคโนโลยีมาใช้ในเนื้อหาสาระด้วยวิธีการต่างๆ ที่เหมาะสมกับวัตถุประสงค์และผู้เรียน โดยสามารถปรับหรือประยุกต์เทคโนโลยีที่มีอยู่ให้สามารถใช้งานได้อย่างเหมาะสมกับบริบทและวัตถุประสงค์ที่ต้องการ (Royal Society, 2015) มีที่มาจากกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีความรู้ด้านเนื้อหาสาระวิธีสอน (PCK) ของ Shulman (1986) โดยที่ครูมืออาชีพต้องมีความรู้ในเนื้อหาที่สอนและความรู้ในการสอน ซึ่งต้องสามารถผสมผสานความรู้ทั้งสองเข้าด้วยกัน จากแนวคิดดังกล่าว Mishra and Koehler (2006) ได้เพิ่มการผสมผสานเทคโนโลยีทำให้เกิดแนวคิดความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) หมายถึงการผสมผสานความรู้ด้านเนื้อหา (Content Knowledge: CK) ความรู้ด้านการสอน (Pedagogical Knowledge: PK) และความรู้ด้านเทคโนโลยี (Technology Knowledge: TK) โดยครูต้องเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา

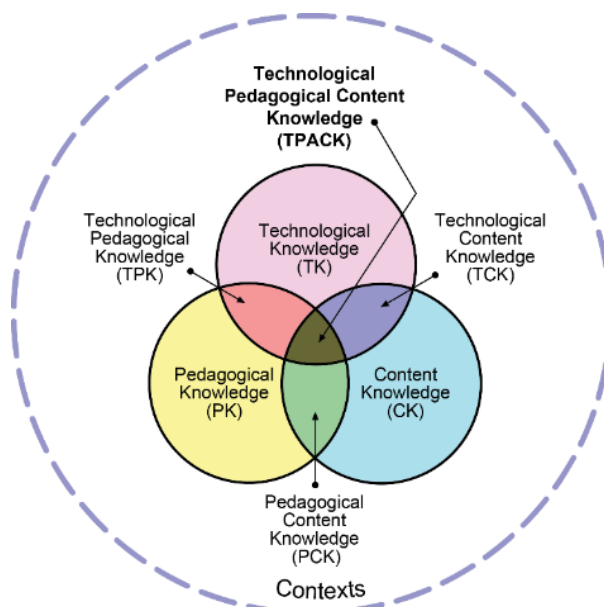
แนวคิดของ TPACK มี 7 องค์ประกอบคือ 1) ความรู้ด้านเนื้อหา (CK) 2) ความรู้ด้านการสอน (PK) 3) ความรู้ด้านเทคโนโลยี (TK) 4) ความรู้ด้านเนื้อหาสาระวิธีสอน (Pedagogical Content Knowledge: PCK) 5) ความรู้ด้านเทคโนโลยีผสมผสานเนื้อหา (Technology Content Knowledge: TCK) 6) ความรู้ด้านเทคโนโลยีผสมผสานวิธีสอน (Technology Pedagogical

Knowledge: TPK) และ 7) ความรู้เนื้อหาทางวิธีสอนและเทคโนโลยี (Technology Pedagogical Content Knowledge: TPACK) แสดง Figure 1

Figure 1

Content knowledge conceptual framework integrates teaching methods and technology

กรอบแนวคิดความรู้เนื้อหาทางวิธีสอนและเทคโนโลยี



ที่มา: Mishra and Koehler (2006)

TPACK มีองค์ประกอบเบื้องต้นประกอบด้วยความรู้ 3 เรื่อง ดังนี้

1. ความรู้เนื้อหา (Content Knowledge: CK) เป็นความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชา ที่ถูกเรียนรู้หรือถูกสอน ซึ่งครูจะต้องรู้และเข้าใจเนื้อหาวิชาที่สอน ทั้งความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง มโนทัศน์ทฤษฎีและกระบวนการในสาขาวิชานั้น
2. ความรู้วิธีสอน (Pedagogical Knowledge: PK) เป็นความรู้เชิงลึกในเรื่องกระบวนการและการปฏิบัติ หรือวิธีการเรียนการสอนและการทำการสอนให้ครอบคลุมจุดมุ่งหมายการศึกษา ซึ่งเกี่ยวข้องในทุกประเด็นของการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดการห้องเรียน การพัฒนาและนำแผนการสอนไปใช้ และการประเมินผลนักเรียน เข้าใจวิธีการที่นักเรียนสร้างความรู้และได้มาซึ่งทักษะสติปัญญาและมีแนวโน้มทางบวกต่อการเรียนรู้ ความรู้เรื่องการสอนจำเป็นต้องเข้าใจเรื่องการเรียนรู้คิด สังคมและทฤษฎีพัฒนาการของการเรียนรู้และวิธีประยุกต์ใช้กับผู้เรียนในห้องเรียน
3. ความรู้เทคโนโลยี (Technological Knowledge: TK) เป็นความรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยีพื้นฐานและเทคโนโลยีที่ทันสมัย เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับทักษะที่จำเป็นของเทคโนโลยีนั้น ๆ ในกรณีของเทคโนโลยีดิจิทัลจะรวมความรู้เกี่ยวกับฮาร์ดแวร์และ การใช้ซอฟต์แวร์

นอกจากนี้ TPACK ให้ความสำคัญกับความรู้ใหม่ที่เกิดจากการผสมผสานกันในแต่ละเรื่องซึ่งปรากฏเป็นความรู้ใหม่ใน 4 ลักษณะ คือ

1. ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอน (PCK) ความรู้ในส่วนนี้ให้ความสำคัญกับความสัมพันธ์ของความรู้ในรายวิชาของครูและวิธีการสอน แนวคิดการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา และความรู้เกี่ยวกับการจัดเรียงองค์ประกอบของเนื้อหาเพื่อการสอนที่ดียิ่งขึ้น ความรู้ในส่วนนี้เกี่ยวข้องกับการกำหนดมโนทัศน์ เทคนิคการสอน ความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่ทำให้มโนทัศน์ยากหรือง่ายในการเรียนรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้เดิมของนักเรียนและทฤษฎีความรู้ นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับความรู้อธิบายการสื่อสารการสอนที่แสดงออกเชิงมโนทัศน์อย่างเหมาะสม เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจอย่างมีความหมาย ความรู้ในส่วนนี้เกิดจากการซ้อนทับของเนื้อหาและวิธีการสอน จึงไม่ได้หมายถึงการพิจารณาเพียงเนื้อหาและการสอน แต่เป็นการผสมผสานกันของเนื้อหาและการสอน ดังนั้น จึงเป็นความรู้ที่นำไปสู่ความเข้าใจในลักษณะของเนื้อหาสาระวิชาถูกจัดระเบียบ ถูกปรับใช้ และถูกแสดงออกเพื่อการเรียนการสอน

2. ความรู้เนื้อหาสาระเทคโนโลยี (TCK) ความรู้ในส่วนนี้เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือลักษณะความสัมพันธ์ของความรู้เรื่องเทคโนโลยี (TK) และความรู้เรื่องเนื้อหา (CK) มีความสัมพันธ์ซึ่งกัน ความรู้ในส่วนนี้กล่าวถึงครูจำเป็นต้องมีความรู้มากกว่าเรื่องที่สอน คือ ต้องรู้วิธีการหรือลักษณะที่เนื้อหาสาระสามารถประยุกต์ใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้ได้ TCK จึงเป็นการผสมผสานที่ต้องมีความลงตัวอย่างการใช้งานเทคโนโลยีของผู้สอนกับวิธีการที่จะใช้เทคโนโลยีเพื่อส่งผ่านเนื้อหาต่างๆ ไปยังผู้เรียน ให้ได้รับความสะดวกในการเรียนเพื่อใช้สำหรับการเรียนรู้ได้ทุกที่ ทุกเวลา ทุกโอกาส ไม่ว่าจะเป็นในด้านเครื่องมือต่างๆ เช่น Smart Phone, Tablet รวมไปถึง Social Media ต่างๆ ดังนั้น ผู้สอนควรต้องมีความเชี่ยวชาญ หรือชำนาญการใช้เทคโนโลยี

3. ความรู้วิธีสอนผสมผสานเทคโนโลยี (TPK) ความรู้ในส่วนนี้เป็นความรู้เกี่ยวกับการดำเนินงานขององค์ประกอบและความสามารถของเทคโนโลยีที่หลากหลายในขณะที่ถูกนำไปใช้ในการจัดเตรียมการเรียนการสอน รวมถึงว่าการสอนอาจจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรจากการใช้เทคโนโลยีชนิดนั้น รวมถึงความเข้าใจเกี่ยวกับขอบเขตของอุปกรณ์ที่มีไว้สำหรับภาระงานบางอย่าง ความสามารถในการเลือกอุปกรณ์บนพื้นฐานของความเหมาะสมกับงาน ความรู้เรื่องการสอนและความสามารถในการประยุกต์ใช้ศาสตร์เหล่านั้นเพื่อใช้เทคโนโลยี การมีส่วนร่วมในชั้นเรียนและการประเมินผลรวมถึงความรู้ในเรื่องความคิดในการใช้เทคโนโลยีเป็นพื้นฐานโดยทั่วไป

4. ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) ความรู้ในส่วนนี้เป็นการผสมผสานเทคโนโลยีอย่างแท้จริงซึ่งเป็นเรื่องที่ต้องทำความเข้าใจและจัดการความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของความรู้ทั้งสามส่วน ครูที่มีความสามารถในการจัดการความสัมพันธ์เหล่านี้อาจแสดงออกในรูปแบบที่แตกต่างกันตามความชำนาญ ทั้งความรู้ความชำนาญในสาขาวิชาของตน เช่น วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ความรู้ความชำนาญในเทคโนโลยี และความชำนาญด้านการสอน ซึ่งการผสมผสานเทคโนโลยีในการสอนตามเนื้อหาวิชาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น ต้องส่งผลต่อการรับรู้ความสัมพันธ์เชิงพลวัตระหว่างองค์ประกอบความรู้ทั้งสาม TPACK เดิมมีการใช้อักษรย่อ คือ TPCK ภายหลังได้มีการปรับเปลี่ยนอักษรย่อเป็น TPACK โดยการแทรกตัวอักษร A เข้ามาตามแนวคิดของ Mishra and Koehler (2006) ได้อธิบายว่า A มาจากการเพิ่มคำว่า and เพื่อเชื่อมคำระหว่าง Technology, Pedagogy, and Content Knowledge และเพื่อให้เรียกง่ายขึ้น ทำให้ง่ายต่อการจำและอีกเหตุผลในการเพิ่มตัวอักษร A เข้ามานั้น เพื่อสะท้อนให้เห็นถึงชุดรวมความรู้ของครู (Total PACKage of Teacher Knowledge) (Thompson & Mishra, 2008; Doering et al., 2009)

ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยีของครูนิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับให้ประสบความสำเร็จ นอกจากครูผู้สอนต้องเป็นผู้มีความรู้ในเนื้อหา มีความรู้ในการสอนแล้ว ยังต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ครูที่มีความรู้ความสามารถในการจัดการความสัมพันธ์เหล่านี้อาจแสดงออกในรูปแบบที่แตกต่างกันตามความชำนาญ ทั้งความรู้ด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการสอน และความรู้ด้านเทคโนโลยี แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ คือการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดการเรียนการสอนในด้านต่างๆ ที่สามารถบูรณาการเทคโนโลยีสู่ชั้นเรียน

คณิตศาสตร์ เช่นการสืบเสาะความรู้ในห้องเรียนร่วมกัน การสาธิตในห้องเรียน ในแวดวงการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย มีการนำเทคโนโลยีและนวัตกรรม ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เข้ามาใช้อย่างแพร่หลาย โดยมีหลักการใช้และวัตถุประสงค์ ในการใช้ที่แตกต่างกันออกไป ทั้งนี้เพื่อให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความน่าสนใจ ผู้เรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจและ เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

เทคโนโลยีมีส่วนช่วยในการพัฒนาครูให้มีความสามารถในการจัดการเรียนการสอน ผู้เขียนจึงได้ศึกษาแนวคิด การพัฒนาความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) ของ Niess (2005) ที่อธิบายว่าความรู้ของครูในการผสมผสาน เทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์คือความรู้และความเชื่อของครูที่แสดงให้เห็นถึงความสอดคล้องกับประเด็นต่อไปนี้ 1) ความคิด เกี่ยวกับการผสมผสานเทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วย เทคโนโลยี 3) ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและบูรณาการเทคโนโลยีในการเรียนรู้และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และ 4) ความรู้ เกี่ยวกับกลยุทธ์การสอนและการนำเสนอในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยี สิ่งที่สำคัญของครูคณิตศาสตร์นอกจากความรู้ เนื้อหาความรู้ในการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้ครูคณิตศาสตร์จัดการเรียนการสอนได้ดียิ่งขึ้นคือ การนำเทคโนโลยีเข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังผลศึกษาของ Utitasarn et al. (2020) ได้ศึกษาสภาพ การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารของนักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูเลือกใช้ YouTube ในกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และมีการใช้ ICT ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการผสมผสานเทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยี และ กลยุทธ์การสอนและการนำเสนอในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยี

หัวข้อถัดไปผู้เขียนจะยกตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคโนโลยี โดยนำโปรแกรมสำเร็จรูปพลวัต The Geometer's Sketchpad (GSP), GeoGebra และ Desmos ซึ่ง GSP เป็นโปรแกรมที่ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่รู้จักและใช้ เนื่องจากมีการส่งเสริมและสนับสนุนให้ใช้จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โปรแกรม GeoGebra เหมาะสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้นที่รวบรวมเรขาคณิต พีชคณิต กราฟ สถิติ และแคลคูลัสไว้ในโปรแกรมเดียวกัน ที่สามารถใช้งานง่าย (Hohenwarter, 2020) นอกจากนี้โปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมที่ทุกคนสามารถเข้าถึงได้และไม่เสีย ค่าใช้จ่าย เป็นเทคโนโลยีที่ง่ายต่อการเข้าถึงทั้งแบบออนไลน์ ออฟไลน์และแอปพลิเคชัน Azizul and Din (2018) กล่าวว่า การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย GeoGebra สามารถช่วยให้นักเรียนเห็นภาพของคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมชัดเจนขึ้น มีงานวิจัย จำนวนมากที่พบว่า GeoGebra มีผลดีต่อความสำเร็จและความเข้าใจของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ Alkhateeb and Al-Duwairi (2019) ได้ศึกษาผลกระทบของแอปพลิเคชัน (GeoGebra และ Sketchpad) เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในเรื่อง เรขาคณิตผลการวิจัยพบว่าการใช้ Sketchpad และ GeoGebra ช่วยส่งเสริมให้กับนักเรียนความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเชิง เรขาคณิต สำหรับโปรแกรม Desmos Graphing Calculator เป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่สามารถใช้ผ่านเว็บไซต์ หรือ แอปพลิเคชันในระบบปฏิบัติการ iOS และ Android ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้หลากหลาย นอกจากนี้ยังสามารถสร้างบทเรียนออนไลน์ให้ผู้เรียนเข้าไปศึกษาเพิ่มเติมได้ (IPST, 2017)

ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ความรู้เนื้อหาสาระวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK)

1. การเปรียบเทียบเศษส่วน

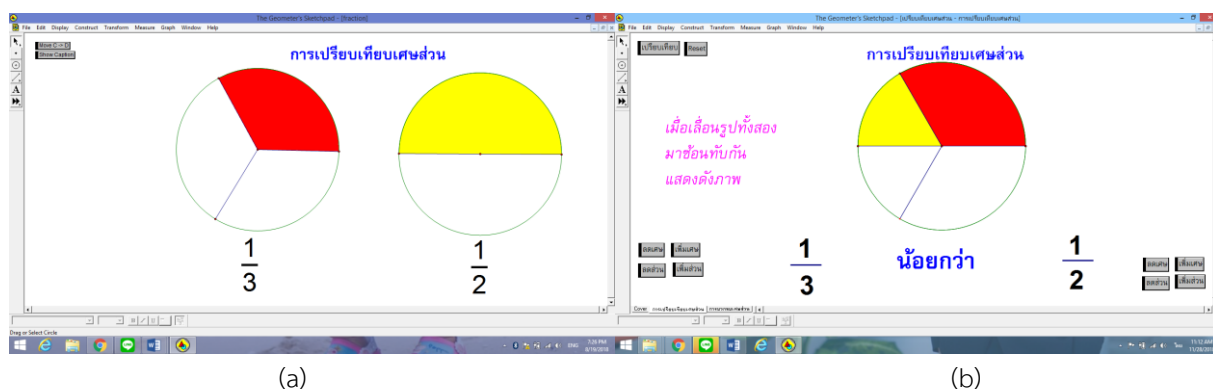
ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการเปรียบเทียบเศษส่วน จากการศึกษาของ Cramer et al. (2009) พบว่านักเรียนมีปัญหาในการเรียนแนวคิดพื้นฐานของเศษส่วน เช่น นักเรียนเรียนรู้ว่าเรื่องจำนวนเต็ม 3 มากกว่า 2 แต่การเปรียบเทียบเศษส่วน ที่มีตัวเศษเท่ากัน $\frac{1}{3}$ น้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ดังนั้นเมื่อนักเรียนเปรียบเทียบเศษส่วน ครูอาจนำเสนอว่าเมื่อแบ่ง

วงกลมออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆ กันและแบ่งวงกลมขนาดเดียวกันออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน ส่วนของวงกลมที่แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แต่ละส่วนย่อมมีขนาดน้อยกว่าส่วนของวงกลมที่แบ่งออกเป็น 2 ส่วน เมื่อโยงเข้าสู่เศษส่วนจะเห็นว่าเมื่อมีการแบ่งส่วนย่อยมาก ขนาดของส่วนย่อมเล็กลง ดังนั้นกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวควรมีสื่อการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเห็นภาพการเปรียบเทียบเศษส่วนที่ชัดเจน ซึ่งสามารถสร้างสื่อการเรียนรู้จากโปรแกรม GSP โดยสร้างวงกลมที่มีขนาดเท่ากันจำนวน 2 วง ในแผ่นงานเดียวกัน วงกลมวงแรกแบ่งเป็น 3 ส่วน ส่วนละเท่าๆ กัน แล้วระบายสี 1 ส่วน แสดง $\frac{1}{3}$ วงกลมวงที่สองแบ่งเป็น 2 ส่วน ส่วนละเท่าๆ กัน แล้วระบายสี 1 ส่วน แสดง $\frac{1}{2}$ จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาพื้นที่ที่ระบายสีทั้งสองวงกลมว่าพื้นที่ของวงกลมใดมากกว่ากัน แล้วครูเลือกรูปทั้งสองให้ทับกันสนิท ครูให้นักเรียนสังเกตว่าส่วนที่ระบายสีที่ทับซ้อนกันคือส่วนที่เท่ากัน ส่วนที่เหลือคือส่วนที่มากกว่า จาก Figure 2(b) แสดงส่วนที่เหลือคือส่วนของวงกลมที่แสดง $\frac{1}{2}$ ดังนั้น $\frac{1}{3}$ น้อยกว่า $\frac{1}{2}$

Figure 2

Learning materials show fractional comparisons

สื่อการเรียนรู้แสดงการเปรียบเทียบเศษส่วน



ครูผู้สอนที่มี TPACK สามารถสร้างสื่อและใช้สื่อการเรียนรู้ประกอบการอธิบายเศษส่วน ซึ่งสื่อเทคโนโลยีจะมีความสะดวกและช่วยให้เห็นการเปรียบเทียบเศษส่วนที่ชัดเจนมากขึ้น และผู้เรียนที่ฝึกคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการดังกล่าวข้างต้น จะได้ฝึกพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) อีกด้วย ดังนั้นกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวครูควรมีสื่อการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนเห็นภาพเศษส่วนที่ชัดเจน ทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจการเปรียบเทียบเศษส่วนได้ แสดงให้เห็นว่ากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการเปรียบเทียบเศษส่วนครูต้องมีความรู้เทคโนโลยีในเนื้อหาและเทคโนโลยีในการสอน เพื่อใช้ในการเลือกโปรแกรมที่จะใช้สร้างสื่อการเรียนรู้ โดยโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่ใช้งานง่าย สามารถเลือกสีสันทันทีที่เหมาะสมในการเปรียบเทียบเศษส่วนและนักเรียนมีส่วนร่วมกับการเรียนรู้ได้สะดวก

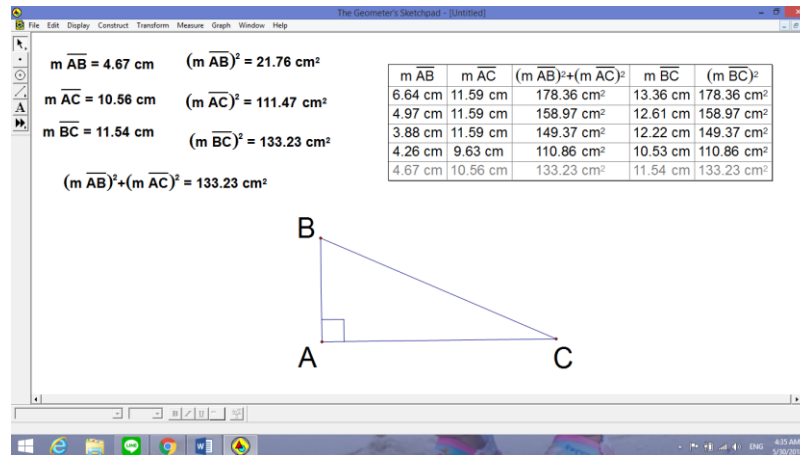
2. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

กิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากข้อความ “กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก” ความสัมพันธ์ดังกล่าว ครูผู้สอนสามารถใช้โปรแกรม GSP สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ววัดความยาวของด้านทั้งสาม จากนั้นแสดงตามความสัมพันธ์ข้างต้น ดัง Figure 3

Figure 3

Shows the relationship of the side length of a right triangle

แสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

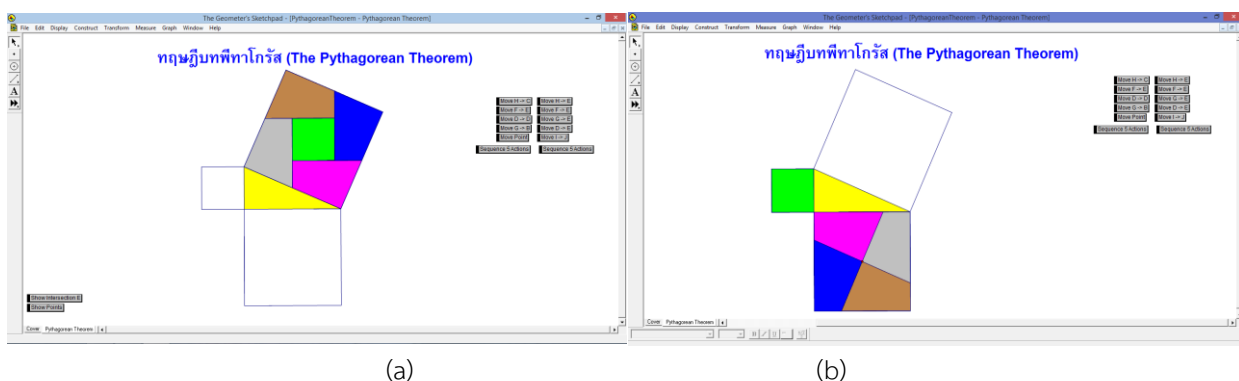


จาก Figure 3 แสดงความสัมพันธ์ของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อครูเปลี่ยนแปลงความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละด้าน ความยาวด้านที่ปรากฏในตารางจะแสดงความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส แสดงให้เห็นว่า “กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก” จากความสัมพันธ์ดังกล่าว ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวอีกแบบหนึ่งดังนี้ “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก” ดัง Figure 4(a) แสดงพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก และ Figure 4(b) แสดงพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

Figure 4

Show media explaining the Pythagorean theorem

แสดงสื่ออธิบายทฤษฎีบทพีทาโกรัส



กิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้นครูสามารถใช้สื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากโปรแกรม GSP ประกอบการอธิบายเป็นลำดับขั้นตอน โดยครูต้องมีความรู้เนื้อหา (CK) เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความรู้วิธีสอน (PK) การบรรยายและสาธิต ความรู้เทคโนโลยี (TK) การใช้เทคโนโลยี และความรู้เนื้อหาพหุสาขาวิธีสอน (PCK) ได้แก่ ความรู้ในการสอนเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความรู้เนื้อหาพหุสาขาคณิตศาสตร์ (TCK) ได้แก่ การใช้โปรแกรม GSP ในการสร้างสื่อการเรียนรู้ ความรู้เทคโนโลยีพหุสาขาวิธีสอน (TPK) ได้แก่ การใช้

สื่อการเรียนรู้ประกอบการสอน โดยสรุปครูผู้สอนที่มีความรู้เนื้อหาสาขาวีธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) สามารถนำเสนอสื่อการเรียนรู้ที่แสดงรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ความยาวด้านทั้งสามด้าน และกำลังสองของความยาวด้านทั้งสามด้าน โดยเมื่อปรับความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมแล้วยังคงความสัมพันธ์ตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากนั้นครูอธิบายสรุปการใช้สื่อการเรียนรู้ตามภาพ “สำหรับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก” โดยการเลื่อนพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้าน ไปรวมกันบนด้านตรงข้ามมุมฉากได้พอดี กิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าว นอกจากจะใช้สื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากโปรแกรม GSP แล้ว ยังสามารถสร้างสื่อการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม GeoGebra ได้เช่นเดียวกัน เมื่อครูผู้สอนใช้โปรแกรม GeoGebra สร้างสื่อการเรียนรู้ สามารถเผยแพร่ให้นักเรียนและผู้สนใจผ่านระบบออนไลน์ GeoGebra Classroom Resources

3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

การจัดการเรียนรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร วิธีการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมี 4 วิธี คือ (Makanong, 2014)

วิธีที่ 1 การแทนตัวแปรหนึ่งในรูปอีกตัวแปรหนึ่ง

วิธีที่ 2 การกำจัดตัวแปร

วิธีที่ 3 การหาจุดตัดของกราฟ

วิธีที่ 4 การใช้ตาราง

จากวิธีการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในแต่ละวิธีที่แตกต่างกัน แสดงให้เห็นถึงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) แตกต่างกันไป เช่น การใช้การหาจุดตัดของกราฟ มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับระบบสมการเป็นกราฟ ซึ่งเป็นเส้นตรงสองเส้นอยู่บนระนาบพิกัดฉากเดียวกัน การกำจัดตัวแปรโดยทำสัมประสิทธิ์ให้เท่ากัน มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในเรื่องตัวแปรและการบวกกันของพหุนาม ไม่ว่าจะใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไร ควรมีการเชื่อมโยงตัวแทนเหล่านั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจในภาพรวมของการแก้ระบบสมการการจัดการเรียนรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผ่านมาพบประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

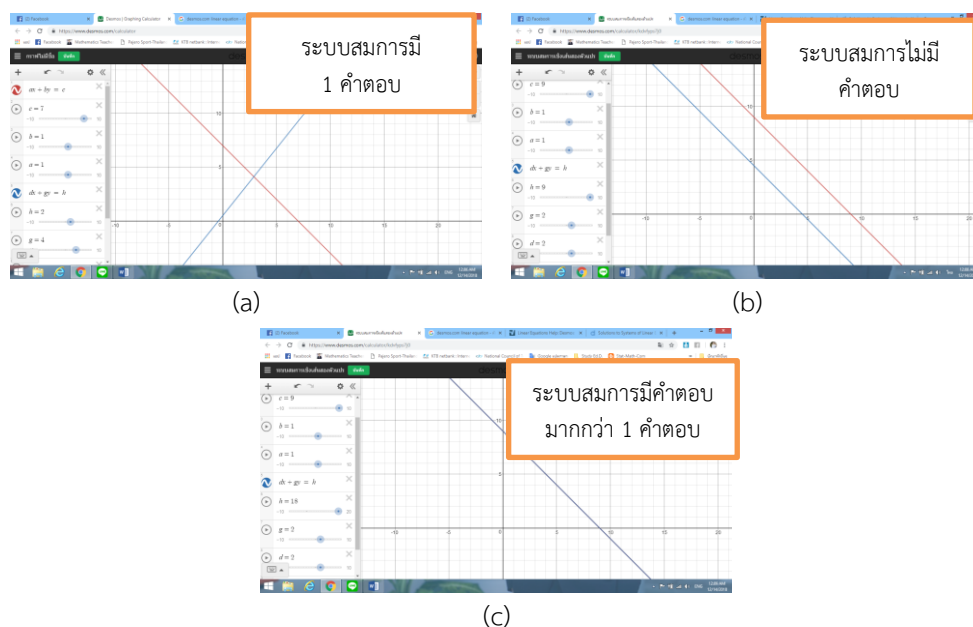
1) เมื่อครูกำหนดปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาให้ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้พิจารณาลักษณะสมการทั้งสองสมการก่อนว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยมุ่งที่จะแก้สมการเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของระบบสมการจากกรณีที่ระบบสมการไม่มีคำตอบหรือมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบได้ 2) เมื่อครูกำหนดให้นักเรียนวาดกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนใช้เวลาในการวาดกราฟนานและนักเรียนทำการกำหนดจุดตัดแกน x และจุดตัดแกน y ไม่เหมาะสม ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการบอกจุดตัดกราฟที่เป็นคำตอบของระบบสมการ หรือไม่สามารถบอกได้ว่ากราฟของทั้งสองสมการขนานกัน เป็นเส้นตรงเดียวกันหรือตัดกัน

ประเด็นปัญหาที่พบ ครูสามารถใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อเทคโนโลยีที่สร้างจากเว็บไซต์ www.desmos.com ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตแบบออนไลน์สามารถเข้าใช้ได้ฟรีทั้งในคอมพิวเตอร์และแอปพลิเคชัน ครูสามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนออกมามีส่วนร่วมในการสำรวจแนวคิดของกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติดัง Figure 5(a) พบว่า กราฟของสมการทั้งสองตัดกัน ระบบสมการมีคำตอบ 1 คำตอบ Figure 5(b) พบว่า กราฟของทั้งสองสมการขนานกัน ระบบสมการไม่มีคำตอบ และ Figure 5(c) พบว่า กราฟของสมการทั้งสองทับกัน ระบบสมการมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ นอกจากสื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากเว็บไซต์ www.desmos.com แล้ว ครูผู้สอนสามารถใช้ Desmos Application, GeoGebra application, โปรแกรม GSP หรือเว็บไซต์ www.geogebra.org สร้างสื่อการเรียนรู้ได้เช่นกัน

Figure 5

Learning materials created from the www.desmos.com website illustrate a system of two-variable linear equations

สื่อการเรียนรู้ที่สร้างจากเว็บไซต์ www.desmos.com ประกอบการอธิบายระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อการเรียนรู้ข้างต้น ครูสามารถให้นักเรียนออกมามีส่วนร่วมในการสำรวจแนวคิดของความชันของเส้นตรงได้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติโดยการปรับพารามิเตอร์แล้วทำให้ลักษณะของกราฟเปลี่ยนไป ทำให้นักเรียนเห็นแนวคิด ความสัมพันธ์ของเนื้อหาและสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ง่ายและชัดเจน

4. ความชันของเส้นตรง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความชันของเส้นตรง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวครูจะอธิบายการหาความชันของเส้นตรง โดยเริ่มจากโจทย์กำหนดจุด 2 จุด โดยมีจุด P อยู่ที่พิกัด (x_1, y_1) และจุด Q อยู่ที่พิกัด (x_2, y_2) นักเรียนสามารถหาความชัน (m) ของ $\overline{PQ}$ ได้จากสูตร $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ จากนั้นครูวาดกราฟให้นักเรียนเห็น $\overline{PQ}$ และอธิบายความชัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 กรณีคือ

กรณีที่ 1 เส้นตรงตั้งฉากกับแกน y หรือ $y_1 = y_2$ ทำให้ $m = 0$

กรณีที่ 2 เส้นตรงตั้งฉากกับแกน x หรือ $x_1 = x_2$ ทำให้ m หาค่าไม่ได้

กรณีที่ 3 เส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน x เมื่อ $y_2 - y_1 > 0$ และ $x_2 - x_1 > 0$ ทำให้ $m > 0$

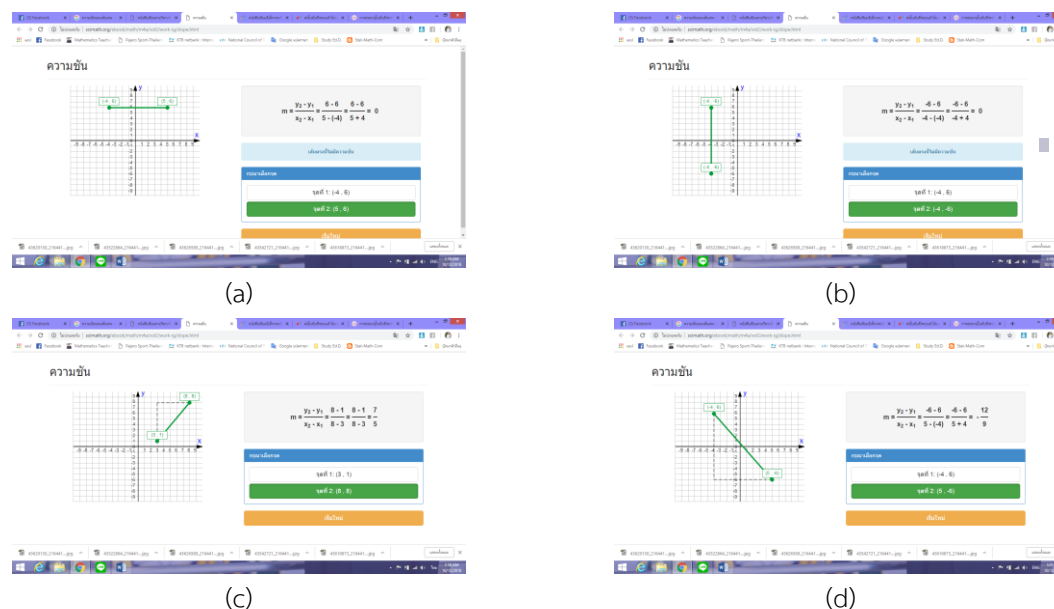
กรณีที่ 4 เส้นตรงทำมุมป้านกับแกน x เมื่อ $y_2 - y_1 > 0$ และ $x_2 - x_1 < 0$ ทำให้ $m < 0$

กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องดังกล่าวเมื่อครูอธิบายโดยใช้สื่อเทคโนโลยีที่สร้างจากโปรแกรม Geogebra ประกอบการอธิบาย ทำให้ครูสามารถใช้สื่อการเรียนรู้ประกอบอธิบาย โดยสื่อแสดงความเป็นพลวัต ครูอธิบายประกอบการใช้สื่อถึงผลของการเปลี่ยนแปลงความชันจากการเปลี่ยนจุดบนระนาบ ดัง Figure 6(a) เส้นตรงตั้งฉากกับแกน y Figure 6(b) เส้นตรงตั้งฉากกับแกน x Figure 6(c) เส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน x และ Figure 6(d) เส้นตรงทำมุมป้านกับแกน x

Figure 6

Learning materials from the Geogebra program explain the slope of a straight line

สื่อการเรียนรู้จากโปรแกรม Geogebra อธิบายความชันของเส้นตรง



กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อเทคโนโลยีที่สร้างจากโปรแกรม Geogebra ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตแบบออนไลน์ สามารถเข้าใช้ได้ฟรีทั้งในคอมพิวเตอร์และแอปพลิเคชัน นอกจากครูสามารถสร้างสื่อการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาได้ด้วยตนเองแล้ว เว็บไซต์ www.geogebra.org ยังมี classroom resources ที่ครูและนักเรียนสามารถเข้าไปค้นคว้าเพื่อเรียนรู้และเลือกใช้สื่อการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับความต้องการ กิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูผู้สอนออกแบบให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสำรวจแนวคิดของความชันของเส้นตรงได้ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติโดยการปรับค่าพารามิเตอร์ ที่เป็นพิกัดของจุดบนระนาบ เห็นภาพความชันของเส้นตรงที่สอดคล้องกับความหมายที่ได้ศึกษามา และนักเรียนสามารถสำรวจ (Explore) ความชันของเส้นตรงได้ด้วยตนเองจากสื่อที่มีความเป็นพลวัต (Dynamic) ทำให้นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecture) เกี่ยวกับความชันของเส้นตรงได้

บทสรุป (Conclusion)

ความรู้เนื้อหาสาสนวิธีสอนและเทคโนโลยีสำหรับครูคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเนื้อหาสาระด้วยวิธีการต่าง ๆ ซึ่งครูคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ทั้งสามส่วนคือ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านวิธีสอนและความรู้ด้านเทคโนโลยีมาผสานเข้าด้วยกัน โดยครูคณิตศาสตร์ต้องเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา ความรู้เนื้อหาสาสนวิธีสอน (PCK) สำหรับครูคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้ของครูผู้สอนที่เลือกวิธีสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหาและเหมาะสมกับผู้เรียน ส่วนความรู้เนื้อหาผสานเทคโนโลยี (TCK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ จึงเป็นความรู้ที่ครูผู้สอนเลือกเทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหา และความรู้เทคโนโลยีผสานวิธีสอน (TPK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ จึงเป็นความรู้ที่ครูผู้สอนเลือกใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมกับการสอนเนื้อหาทั้งสามส่วนจึงเป็นความรู้เนื้อหาสาสนวิธีสอนและเทคโนโลยี (TPACK) สำหรับครูคณิตศาสตร์ ความรู้ดังกล่าวครูคณิตศาสตร์จะแสดงให้เห็นถึงความสอดคล้องในประเด็น ดังนี้ 1) ความคิดเกี่ยวกับการผสมผสานเทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์ 2) ความรู้

เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยี 3) ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและบูรณาการเทคโนโลยีในการเรียนรู้และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และ 4) ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์การสอนและการนำเสนอในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยเทคโนโลยี

ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ นอกจากครูผู้สอนต้องมีความรู้ด้านเนื้อหา มีความรู้ด้านการสอนแล้วยังต้องมีความรู้ด้านการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงให้เห็นถึงครูมีความรู้เนื้อหาทฤษฎีการสอนและเทคโนโลยี (TPACK) ซึ่งครูคณิตศาสตร์ที่มีความรู้ในลักษณะดังกล่าวสามารถส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล สร้างการเชื่อมโยงแนวคิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สามารถสื่อแนวคิดของตนเองออกมา ทำให้เกิดความรู้ ความเข้าใจและทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะเทคโนโลยีจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมได้ชัดเจนขึ้น เทคโนโลยีช่วยในการสืบเสาะความรู้ในห้องเรียน การสาธิตในห้องเรียน หรือการเรียนรู้นอกห้องเรียน เมื่อครูคณิตศาสตร์มีความรู้เนื้อหาทฤษฎีการสอนและเทคโนโลยีจะใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และการทำงานจะช่วยให้ครูจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

References

- Alkhateeb, M. A., & Al-Duwairi, A. M. (2019). The effect of using mobile applications (GeoGebra and sketchpad) on the students' achievement. *Journal of Mathematics Education*, 14(3), 523-533.
- Azizul, S. M. J., & Din, R. (2018). Teaching and learning mathematics on geometry using GeoGebra software via MOOC. *Journal of Personalized Learning*, 2(1), 40-51.
- Cramer, K., Behr, M., Post T., & Lesh, R., (2009). *Rational Number Project: Initial Fraction Ideas*. Dubuque Iowa: Kendall/Hunt Publishing.
- Doering, A., Scharber, C. Miller, C., & Veletsianos, G. (2009). GeoThentic: Designing and assessing with technology, pedagogy, and content knowledge. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(3), 316 - 336
- Klainin, S. (2015). *Mathematics education at school level in Thailand is facing dilemmas*. Bangkok: The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST).
- Makanong, A. (2004). *Conceptual understanding: the focus of mathematics teaching Process the articles, principles and guidelines for learning management of mathematics learning strands*. Bangkok: Bophit Printing.
- Makanong, A. (2014). *Mathematics for secondary teachers*. Bangkok: Chulalongkorn University Press.
- Hohenwarter, M. (2020). *What is GeoGebra?* Retrieved March 1, 2023, from <https://www.geogebra.org/about>
- Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Niess, M. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 509-523.
- Office of the Royal Society. (2015). *Dictionary of contemporary education the royal academy council*. Bangkok: Office of the Royal Society.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: A conception of teacher knowledge. *American Educator*, 10(1), 9-15.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2017). *A guide to using the curriculum to learn mathematics (revised version B.E. 2560) according to the core curriculum for basic education, 2008*. Retrieved March 1, 2023, from <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>
- Thipkong, S. (2002). *Mathematics Curriculum and Instruction*. Bangkok: Institute of Academic Development.
- Thompson, A., & Mishra, P. (2007). Breaking news: TPACK becomes TPACK!. *Journal of Computing in Teacher Education*, 24, 38-64.
- Uttasarn, C., Jampawai, T., & Phuengkuson, N. (2020). The study of teaching mathematics by using information technology and communication of student teachers. *Journal of Educational Review Faculty of Education in MCU*, 7(1), 276-286.