

กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เน้นความเชื่อมโยงระหว่างความรู้และแนวคิดเพื่อ
ส่งเสริมความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
**MATHEMATICAL ACTIVITY EMPHASIZED ON CONNECTION
AMONG KNOWLEDGE AND IDEAS FOR FOSTERING
STUDENTS' CREATIVITY**

วิภาพร สุทธิอำพร¹
Wipaporn Suttiamporn¹

บทคัดย่อ

บทความนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเชื่อมโยงระหว่างความรู้และแนวคิดในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่ความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เก็บรวบรวมข้อมูลจากชั้นเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้ระเบียบวิธีวิจัยการทดลองเชิงการสอนในโรงเรียนที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดจำนวน 4 บทเรียน ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่ากิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ที่มีความเปิดโดยการให้ปัญหาปลายเปิดสามารถกระตุ้นการคิดที่เป็นธรรมชาติของนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้โดยใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาต่อมา การเชื่อมโยงระหว่างบทเรียนนี้ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกลึกซึ้งและกระตือรือร้นเมื่อนักเรียนค้นพบว่าสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกรับรู้ในแนวคิดของตนเอง องค์ประกอบด้านจิตพิสัยนี้เป็นรากฐานของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนสามารถสร้างแนวคิดที่หลากหลายนำไปสู่การคิดแบบอเนกนัยได้

คำสำคัญ: วิธีการแบบเปิด/ การศึกษาชั้นเรียน/ กิจกรรมทางคณิตศาสตร์/ การเชื่อมโยง/ ความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Abstract

This paper explores the connection between knowledge and ideas in mathematical activities that are conducive to mathematical creativity in students. The data were collected from a sequence of 4 lessons in a 5th grade by teaching experiment methodology conducted following the professional development of a project that implemented Lesson Study and Open Approach in Thailand. The results show that the openness of mathematical activities that are generated by open-ended problems can cultivate natural way of thinking in students which can then lead to students participation by using the previously learned as tools for solving later problems. Connections among lessons led to students becoming excited and curious when they discovered that what they had previously learned could be used to solve other problems. Conceptual understanding came from connections between lessons, which allowed students to be confident in their own ideas and knowledge. This affective component is fundamental for developing mathematical understanding in students. Eventually, students were able to generate various ideas that led to divergent thinking.

¹ อาจารย์ ดร., สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
Dr., Education in Mathematics Education, Faculty of Education, Khon Kaen University,
E-mail: suttiamporn_crme@kku.ac.th

Keywords: Open Approach/ Lesson Study/ Mathematical Activity/ Connection/ Students' Mathematical Creativity

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ความสามารถเชิงสร้างสรรค์ควรจะเป็นส่วนที่เป็นใจความสำคัญของ “คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนทุกคน” (Pehkonen, 1997) ความล้มเหลวในการกระตุ้นความสามารถเชิงสร้างสรรค์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นการละทิ้งโอกาสในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งของนักเรียน (Mann, 2006) ไม่ว่าจะเป็นการสืบค้นหรือการค้นพบต่างก็เป็นสิ่งที่มีการอภิปรายเกี่ยวกับความหมายของความสามารถเชิงสร้างสรรค์ (Torrance, 1969) ควรจะได้รับการกระตุ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดให้ก้าวพ้นจากสิ่งที่คุ้นเคยและตรวจสอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์และโครงสร้างของปัญหาเป็นสิ่งที่จำเป็นในการสอนความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (Mann, 2006) การมีประสบการณ์ในหลายๆ ปรากฏการณ์ด้วยกิจกรรมที่แตกต่างกันเช่น การสังเกต การลงมือปฏิบัติ และการทดลอง เป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับนักเรียน ยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนควรจะได้มีประสบการณ์กับแนวทาง วิธีการหรือมุมมองในการสร้างความรู้ใหม่อีกด้วย (Chino, 2010) การเรียนรู้ว่าต้องทำวิธีการดังกล่าวอย่างไรควรจะถูกสอนผ่านประสบการณ์การแก้ปัญหา (Isoda and Nakamura, 2010) วิธีการต่างๆ เหล่านี้จะกลายมาเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสำหรับการแก้ปัญหา นำไปสู่การค้นพบปัญหาใหม่ และกลายมาเป็นวิธีการในการขยายความรู้ไปสู่ความรู้ใหม่อีกด้วย (Chino, 2010)

โดยปกติแล้วครูในชั้นเรียนส่วนใหญ่มักจะคิดว่ามีคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องคำตอบเดียวและมีวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แค่วิธีการเดียว (Hashimoto, 1997) โอกาสสำหรับการสืบค้นหรือความสามารถเชิงสร้างสรรค์ก็จะไม่สามารถเกิดขึ้นได้ตามไปด้วย เพราะคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่าจะถูกนำเสนอในฐานะที่เป็นระบบของกฎที่นักเรียนต้องเรียนรู้และขั้นตอนวิธีการที่นักเรียนต้องทำตาม (Goldin, 2009) ในแนวทางเดียวกันนี้สำหรับครูไทยแล้วก็คุ้นเคยกับการแนะนำเนื้อหาใหม่ต่อนักเรียนผ่านตัวอย่างและการทำแบบฝึกหัด (Inprasitha, 2010) เพื่อจะสร้างชั้นเรียนที่เน้นการแก้ปัญหาในประเทศไทย Inprasitha (2010) ได้แนะนำลักษณะของ

การปรับการศึกษาชั้นเรียนบูรณาการเข้ากับวิธีการแบบเปิดในฐานะวิธีสอนเข้าไปในกระบวนการของการศึกษาชั้นเรียน (Inprasitha, 2010) การใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อสร้างกิจกรรมทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่สำคัญที่สุดในการสร้างบทเรียนบทแรกในการศึกษาชั้นเรียน (Inprasitha, 2007) ความเปิดอย่างที่มีในวิธีการแบบเปิดเป็นแง่มุมหนึ่งของการส่งเสริมความสามารถเชิงสร้างสรรค์ (Pehkonen, 1997) บทความนี้สำรวจความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่ความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ภูมิหลังของการวิจัย

ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษาได้นำการศึกษาชั้นเรียนจากประเทศญี่ปุ่นมาใช้ในประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ. 2545 ลักษณะของการนำมาใช้ซึ่งได้มีการปรับเปลี่ยนจากของญี่ปุ่นคือการบูรณาการเอาวิธีการแบบเปิดในฐานะแนวทางการสอนเข้าไปในกระบวนการของการศึกษาชั้นเรียน (Inprasitha, 2010)

Inprasitha (2010) ได้กล่าวถึงประวัติศาสตร์ของการปรับเปลี่ยนการศึกษาชั้นเรียนในประเทศไทยไว้อย่างย่อๆ ดังนี้ ประเทศไทยเข้าสู่ยุคปฏิรูปการศึกษาตามที่มีการประกาศใช้พระราชบัญญัติการศึกษา พุทธศักราช 2542 และมีการประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรใหม่นี้มีเป้าหมายให้เกิดการบูรณาการกันระหว่างเนื้อหา ทักษะ/กระบวนการเรียนรู้ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อตอบสนองต่อความต้องการเชิงหลักสูตรนี้ได้มีการเริ่มใช้การศึกษาชั้นเรียนเมื่อปี 2545 โดยการเตรียมบริบทสำหรับการประยุกต์ใช้นวัตกรรมซึ่งประกอบไปด้วย บริบทของโปรแกรมการฝึกอบรมครู ระบบบัณฑิตศึกษา การอบรมครูประจำการ และการพัฒนาวิชาชีพครูระยะยาวที่ทดลองกับนักศึกษาวิชาชีพครูชั้นปีที่ 4 ที่ปฏิบัติการสอนในปีการศึกษา 2545 ตั้งแต่ปี 2546 เป็นต้นมาก็มีการฝึกอบรมครูประจำการโดยการขยายให้มีการนิเทศติดตามในโรงเรียน ในปี 2549 ก็ได้พัฒนารูปแบบของการนำไปใช้ในโรงเรียนนาร่องเป็นเวลา 3 ปี คือระหว่างปี 2549-2552 (Inprasitha, 2010)

นอกจากนี้ Inprasitha (2010) ได้อธิบายถึง การศึกษาชั้นเรียนที่ได้นำมาใช้โดยกระบวนการที่ ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอนพื้นฐานที่เริ่มต้นคือการ ร่วมมือกันออกแบบแผนการสอน (Plan) การร่วมมือ กันสังเกตการนำแผนไปใช้สอน (Do) และการอภิปราย ภายหลังการสังเกตชั้นเรียนหรือสะท้อนผลการสอน (See) ซึ่งมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1: ระยะของการร่วมมือกัน ออกแบบแผนการสอน (Plan) ระหว่างนักวิจัย ผู้ประสานงาน โรงเรียน ผู้ร่วมวิจัย และครูผู้เข้าร่วม ระยะนี้เริ่มต้นจากการกำหนดสถานการณ์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่ใช้หนังสือเรียนญี่ปุ่นเป็นฐาน และ ออกแบบสื่อวัสดุอุปกรณ์สำหรับการสอนด้วยการ ร่วมมือกันออกแบบแผนการสอนนี้จะดำเนินการ เป็นปกติสัปดาห์ละครั้ง

ขั้นตอนที่ 2: ระยะของการร่วมมือกัน สังเกตการนำแผนไปใช้สอน (Do) ระยะนี้เป็นการนำ แผนการ สอนไปใช้สอนในชั้นเรียนโดยครูที่ร่วม ออกแบบแผนด้วยกัน นอกจากนี้ ยังมีทีมวิจัย ผู้ประสานงานโรงเรียน ผู้ร่วมวิจัย และครูคนอื่นๆ วัตถุประสงค์ของการสังเกตชั้นเรียนจะเน้นไปที่ แนวทางในการคิดของนักเรียนโดยไม่ได้พิจารณา ศักยภาพในการสอนของครูโดยตรง

ขั้นตอนที่ 3: ระยะของการอภิปราย ภายหลังการสังเกตชั้นเรียนหรือสะท้อนผลการสอน (See) เป็นการพิจารณาผลที่ได้จากการสังเกตการ สอนเพื่อการปรับปรุงแผนการสอน และใช้แผนการ สอนที่ปรับปรุงนี้ในชั้นเรียนในปีการศึกษาต่อไป ใน ระยะนี้ก็จะดำเนินการเป็นปกติสัปดาห์ละครั้ง เช่นเดียวกัน การใช้การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ดังกล่าวข้างต้นนี้ เป็นการนำแนวคิดในการ พัฒนาวิชาชีพของครูญี่ปุ่นมาปรับเปลี่ยนโดยการ บูรณาการเข้ากับวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่ถูกใช้ในฐานะแนวทางการสอน โดยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) จะประกอบไปด้วยระยะต่างๆ ของ แนวทางการสอนตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) ดังต่อไปนี้

1. การให้ปัญหาปลายเปิด เมื่อให้ปัญหา ปลายเปิดไปในชั้นเรียน นักเรียนจะถูกตั้งคำถามใน ลักษณะ “นักเรียนค้นพบคุณสมบัติ (เช่น ความสัมพันธ์ กฎ วิธีการ เป็นต้น) อะไรบ้าง” การตั้ง คำถามในลักษณะนี้อาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสน

ในช่วงแรกของการใช้แนวทางนี้เพราะนักเรียนยังไม่ ค้นเคยกับคำว่า คุณสมบัติ ความสัมพันธ์ กฎ วิธีการ หรือสับสนว่าจะตอบสนองต่อปัญหาในลักษณะนี้ อย่างไร และไม่เข้าใจว่าตนเองถูกคาดหวังว่าควรทำ อะไร ซึ่งอาจใช้แนวทางต่อไปนี้ในการช่วยให้นักเรียน เข้าใจความหมายของปัญหา

1.1 กระตุ้นนักเรียนให้มีความมั่นใจที่ ประเด็นเดียวกันด้วยการฉายปัญหาบนจอโดยใช้ เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ และเครื่องฉายภาพแบบ โปร่งแสง

1.2 ให้ข้อมูลที่มากขึ้นเพื่อให้เป็นกรณี ทัวไป (generalization) ตัวอย่างเช่น โดยการแนะนำ ปัญหาอย่างหลากหลายขึ้นหรือการแสดงข้อมูลที่ เป็น รูปธรรมที่มากกว่าการให้ปัญหาเป็นข้อความเท่านั้น (การยกตัวอย่าง)

2. การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนผ่าน การแก้ปัญหา เนื่องจากวิธีการแบบเปิดมีจุดเน้นเป็น พิเศษที่การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน ดังนั้นครูต้องระมัดระวังการเสนอแนะที่จะเป็นการ ครอบงำนักเรียนทั้งหมดโดยการรับเอาข้อคิดเห็นของ นักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งอย่างเฉพาะเจาะจง โดยปกติ การสอนลักษณะนี้จะประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ งาน ของแต่ละคนและการอภิปรายทั้งชั้น อย่างไรก็ตามการ สอนไม่ใช่ว่าการค้นหาคำตอบใดคำตอบหนึ่ง เราสามารถ คาดหวังถึงมุมมองใหม่ๆ ที่จะค่อยๆ ปรากฏขึ้นใน ระหว่างที่บทเรียนดำเนินไปจากการเรียนรู้ของแต่ละ คนสู่การอภิปรายทั้งชั้น ซึ่งบ่งชี้ให้เห็นได้อย่างชัดเจน ถึงวิธีการที่ดำเนินไปด้วยการเรียนรู้ของแต่ละคนสู่การ เรียนรู้แบบกลุ่ม

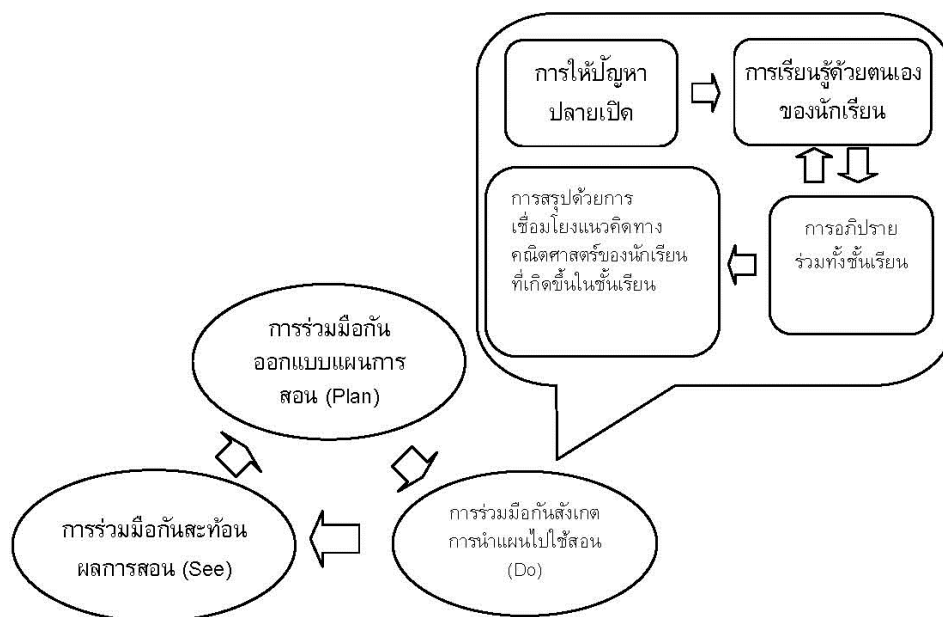
3. การอภิปรายร่วมทั้งชั้นเรียนและการ เปรียบเทียบแนวคิด การบันทึกการตอบสนองของ นักเรียนเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างยิ่ง ไม่ว่าจะเป็นวิธีการ หรือคำตอบของปัญหาที่เกิดจากแต่ละคนและเป็น แนวคิดของกลุ่มในเวลาต่อมา ดังนั้นการใช้สมุดบันทึก หรือใบงานอาจจะเป็นวิธีที่สะดวกสำหรับนักเรียนใน การบันทึกข้อมูลเหล่านี้ โดยการคัดเลือกชิ้นงานหลัง บทเรียนครูสามารถใช้ข้อมูลเหล่านี้ในการประเมินผล การเรียนรู้รายบุคคลและกลุ่มได้ด้วยซึ่งจะชี้ให้เห็นถึง การพัฒนาบทเรียนในครั้งต่อไป ครูจะต้องพยายาม ค้นหานักเรียนที่ไม่เข้าใจปัญหาและให้ตัวอย่างหรือ คำแนะนำที่มากขึ้นเพื่อกระตุ้นให้คิดในทางที่สัมพันธ์ กับปัญหาซึ่งจะเกิดขึ้นได้เมื่อครูเดินรอบๆ ห้องอย่างมี เจตนาที่จะสำรวจการทำงานของนักเรียน นอกจากนี้

การให้เวลากับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะทำให้พวกเขาได้ทำงานตัวเองอย่างสมบูรณ์

4. การสรุปด้วยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน การสรุปว่านักเรียนได้เรียนอะไรไปบ้าง ครูหรือนักเรียนจะต้องเขียนงานของแต่ละคนหรือของกลุ่มบนกระดานเพื่อให้ทุกคนได้เห็นได้ทั้งหมดโดยครูจะต้องเอาเรื่องราวหรือข้อเสนอของนักเรียนมารวมไว้ด้วยกัน ถึงแม้ว่าบางอย่างจะคล้ายๆ กันหรือเหมือนกัน นักเรียนจะต้องถูกกระตุ้นให้ยืนยันว่าผลงานอันไหนบ้างที่สอดคล้องกันหรือสามารถลดข้อเสนอนั้นของ

นักเรียนให้รวมกันกับของเพื่อนเป็นอันเดียวกันได้หรือไม่ เมื่อนักเรียนช่วยกันรวบรวมสรุปเรื่องราวข้อเสนอนั้นครูจะต้องมีสมาธิจดจ่ออยู่ในมุมมองหนึ่งมุมมองใดและนำไปสู่ข้อสรุป ดังนั้นเมื่อการตอบสนองของนักเรียนมีการรวบรวมและปรับเปลี่ยนอย่างเหมาะสมครูจะต้องขมวดและใกล้เคียงไปสู่มุมมองที่เฉพาะเจาะจง สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้และกระตุ้นให้เกิดการส่งต่อไปยังบทเรียนต่อไปอย่างราบรื่น

การบูรณาการการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามแนวคิดของ Inprasitha (2010) แสดงได้ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 1 แสดงวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ในฐานะของแนวทางการสอนที่ปรับเข้ากับกระบวนการทำงานของการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) (Inprasitha, 2010)

วิธีการวิจัย

ภายใต้โครงการพัฒนาวิชาชีพที่นำการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ดังที่อธิบายไว้ข้างต้น งานวิจัยนี้เก็บรวบรวมข้อมูลจากโรงเรียนชุมชนบ้านชนบท อำเภอชนบท จังหวัดขอนแก่น ซึ่งเป็น 1 ในจำนวน 22 โรงเรียนในโครงการดังกล่าวนี้ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลตามระเบียบวิธีการวิจัยเชิงการทดลองสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 4 แผน ผู้วิจัยและทีมผู้ช่วยวิจัยเข้าไปมีส่วนร่วมในกระบวนการของการศึกษาชั้นเรียนในโรงเรียนดังกล่าว โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือการเน้นความ

เชื่อมโยงระหว่างความรู้และแนวคิดของนักเรียนของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ บันทึกวีดิทัศน์ชั้นเรียนและนำมาวิเคราะห์สิ่งที่นักเรียนแสดงออกในชั้นเรียนที่จะชี้ให้เห็นความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

โพโตคอลต่อไปนี้แสดงแง่มุมที่เป็นรูปธรรมของความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เก็บรวบรวมข้อมูลจากแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมที่สร้างจากการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์

ของญี่ปุ่น แสดงความเชื่อมโยงระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้ได้ดังต่อไปนี้

บทเรียนที่ 1 สถานการณ์ปัญหา

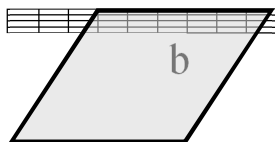
1. ให้นักเรียนวัดความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยม a, b, c

2. ให้นักเรียนเปรียบเทียบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม a, b, c

3. ให้นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม a, b, c ให้ได้หลากหลายวิธีที่สุด



a



แผนภาพที่ 2

หลังจากการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม a แล้ว นักเรียนทั้งหมดก็มีความยุ่งยากเป็นอย่างมากในการหาพื้นที่ b และ c โพรโตคอลต่อไปนี้จะแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มหมายในชั้นเรียน

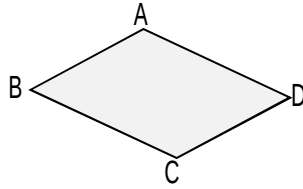
โพรโตคอลที่ 1

- ครู : เอ้า เร็วๆ แล้วเมื่อวานนี้เป็นยังไง เมื่อวานนี้เรามีวิธีการหาพื้นที่ได้กี่วิธี เราทำยังไง แล้วอย่างรูปนี้ (ชี้ที่รูป b) เราจะทำยังไง
- นักเรียน 4 : ก๊วด แล้วนำความกว้างคูณความยาว
- ครู : เอ้ แน่ใจได้อย่างไร แล้ววิธีอื่นที่เราหาละ ตัดได้นะ (ยื่นรูปสติ๊กเกอร์ให้นักเรียน)
- 1) เอ่อ เอ้า นักเรียน 1 ว่าไง
- นักเรียน 1 : (เพ่งมองที่รูป) ตัดมาต่อกันได้ไหม
- ครู : ตัดมาต่อกัน (ตื้นตัน)
- นักเรียน 2 : ตัดมาต่อกัน ไซ้ (ตื้นตัน)
- ครู : ทำอย่างไร
- นักเรียน 1 : โอ้ย สมอ ! (แสดงอาการภูมิใจ)
- ครู : ถ้าตัดมาต่อแล้วทำไงต่อ
- กลุ่มอื่นๆ : เราตัดมาต่อกันได้ละนี่

จากโพรโตคอลที่ 1 ครูซึ่งกำลังทำการสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่มได้เดินเข้ามาสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายและกระตุ้นการคิดค้นโดยการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาจากคาบเรียนก่อนหน้านั้น เมื่อนักเรียน 2 รับกระดาษสติ๊กเกอร์รูป b มาเพ่งมองชั่วระยะเวลาหนึ่ง ก็สามารถเชื่อมโยงวิธีการปรับเปลี่ยนรูปเพื่อลดความเป็นอุปสรรคในการคิดจากรูปร่างของรูปเรขาคณิตที่ได้รับ ซึ่งในกรณีนี้เป็นการใช้การแปลงทางเรขาคณิตปรับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานให้เป็นรูปสี่เหลี่ยม ผืนผ้าเพื่อให้สามารถหาพื้นที่ได้ง่าย โดยการลงมือตัด เมื่อ

นักเรียน 2 สามารถเชื่อมโยงวิธีการได้ดังกล่าวแล้ว นักเรียนทุกคนในกลุ่มรวมทั้งครูก็แสดงอาการตื้นตันที่กลุ่มสามารถหาแนวทางแก้ปัญหาได้ การค้นพบแนวทางในการหาคำตอบได้ด้วยตนเองนี้ทำให้นักเรียน 1 แสดงอาการภาคภูมิใจ การที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมายช่วยกันพิจารณาจนสามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้นี้ เป็นจุดเริ่มต้นให้นักเรียนกลุ่มอื่นค้นพบว่าสามารถใช้แนวทางนี้ในการแก้ปัญหาได้ และทำให้นักเรียนทุกกลุ่มในชั้นเรียนดำเนินการแก้ปัญหาของตนเองต่อไปได้

บทเรียนที่ 2 คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ โดย

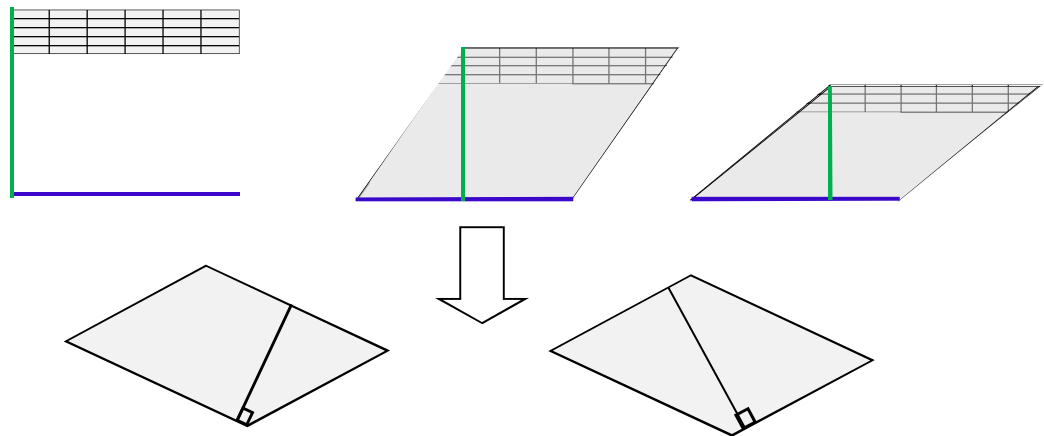


แผนภาพที่ 3 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

1. ให้ด้าน BC เป็นฐาน และวัดความสูงที่ใช้ในการคำนวณพื้นที่
พื้นที่ = $\frac{1}{2} \times$
2. ให้ด้าน CD เป็นฐาน และวัดความสูงที่ใช้ในการคำนวณพื้นที่
พื้นที่ = $\frac{1}{2} \times$

เมื่อพิจารณาบทเรียนที่ 2 จะเห็นได้ว่า สถานการณ์ปัญหาในบทเรียนที่ 2 เป็นสถานการณ์ปัญหาต่อเนื่องจากบทเรียนที่ 1 ที่ขยายแนวคิดเรื่อง ฐานและความสูงของสี่เหลี่ยมด้านขนานมาสู่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีรูปร่างแตกต่างออกไป กล่าวคือไม่มีด้านใดด้านหนึ่งวางตัวในแนวขนานกับ แกน X เหมือนบทเรียนที่ 1 ดังแผนภาพที่ 4 ดังนั้น

สถานการณ์ปัญหาในบทเรียนที่ 2 จึงเริ่มด้วย กิจกรรมที่นักเรียนต้องสร้างส่วนของเส้นตรงที่เป็น ส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ขึ้นมาด้วย ตนเองให้ได้ก่อน ก่อนที่จะวัดความยาวของด้าน ดังกล่าวและหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้



แผนภาพที่ 4 แสดงการขยายแนวคิดเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากบทเรียนที่ 1 สู่บทเรียนที่ 2

ในช่วงสรุปบทเรียนจากคาบเรียนที่ผ่านมา นักเรียนสามารถระบุฐานและความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ในคาบเรียนนี้นักเรียนมีความยุ่งยาก ในการระบุฐานและความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

นี้ อย่างไรก็ตาม ความเข้าใจเกี่ยวกับเส้นตั้งฉากจาก คาบเรียนที่ผ่านมาทำให้นักเรียนสามารถใช้ เครื่องมือประกอบการพยายามหาความสูงของรูป สี่เหลี่ยมด้านขนานนี้ได้ดังโปรโตคอลที่ 2

โปรโตคอลที่ 2

- ครู : วัด bc ได้เท่าไร เขียนลงไปเลย แล้วความสูงจะหาได้อย่างไร
นักเรียน 1 : เส้นตรง (ใช้มือลากจากจุดบนเส้น bc ออกมาในลักษณะเส้นตรง ดังรูป)
ครู : ตรงแบบไหนคะ ต้องอาศัยเครื่องมือวัดไหม
นักเรียน 1 : (ใช้นิ้วมือไปที่กล่องอุปกรณ์เก็บเครื่องมือวัดมุม)

- ครู : นักเรียน 1 ชี้ จะเอาอันนี้หรือ ไหน BC ทำอย่างไรตั้งฉาก BC ด้านไหนคือฐาน ความสูงจะหาได้อย่างไร ทำอย่างไรจะตั้งฉากกับฐาน ดูสีใช้ไหม ทำแบบนี้ใช้ไหม แบบนี้ไหม ตั้งฉากหรือยัง
- นักเรียน : ตั้ง
- ครู : จัดเส้นซิ ลากดีๆ เส้นที่เราลากคืออะไร
- นักเรียน : เส้นตั้งฉาก

หลังจากที่นักเรียนใช้เครื่องมือวัดสร้างส่วนของเส้นตรงที่เป็นส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ นักเรียนก็สามารถหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและคำนวณหาพื้นที่ได้ ในชั้นเรียนปกติทั่วไป นักเรียนมักจะมีสมาธิที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ

ความสูงและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่ในชั้นเรียนนี้ความพยายามในการค้นหาของนักเรียนก็ทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดที่จะถูกประยุกต์ใช้ในคาบเรียนต่อไปดังโปรแกรมโคคลที่ 3

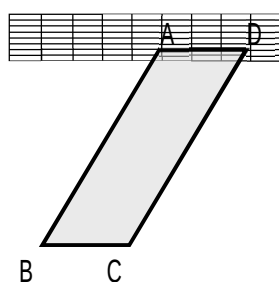


ภาพที่ 1

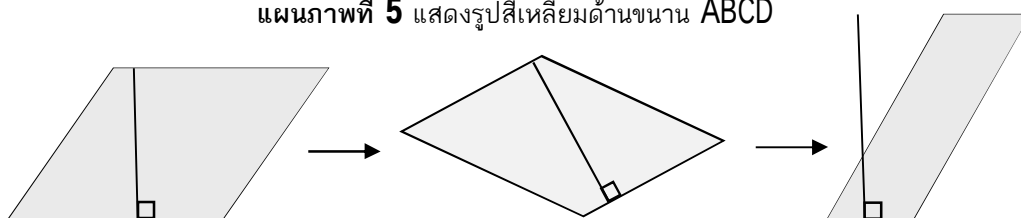


ภาพที่ 2

บทเรียนที่ 3 คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้ โดยที่ด้าน BC เป็นฐาน พร้อมอธิบายเหตุผล



แผนภาพที่ 5 แสดงรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD



แผนภาพที่ 6 แสดงการขยายแนวคิดเกี่ยวกับฐานและความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากบทเรียนที่ 1 ถึงบทเรียนที่ 3

ในการแก้ปัญหา มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งในชั้นเรียนที่วัดความยาวของแต่ละด้าน หาความสูง และ คำนวณหาพื้นที่ ซึ่งมีนักเรียนกลุ่มอื่นสามารถสังเกตเห็นประเด็นที่เป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจึงได้มีการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของเพื่อนในช่วงการนำเสนอผลงานและอภิปรายทั้งชั้นเรียน

โพรโตคอลที่ 3

- กลุ่ม 4 : วัดฐานได้ 3 เซนติเมตร วัดความกว้างได้ 7.2 เซนติเมตร สร้างเส้นตั้งฉากวัดได้ 6 เซนติเมตร
 เอาสามคูณหกหรือหกคูณสาม มาคูณกันวิธีทำสามคูณหกเท่ากับสิบแปด...หกคูณสาม
 เท่ากับสิบแปด..ตอบรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีพื้นที่ทั้งหมด 18 ตารางเซนติเมตร
- ครู : เอ้า..เห็นด้วยกับวิธีคิดของเพื่อนไหม
- นักเรียน : สงสัย..สงสัย
- ครู : เอ้า..สงสัยเอ้าถาม
- นักเรียน : 7.2 มาจากไหน
- กลุ่ม 4 : 7.2 มาจากความกว้าง
- ครู : แล้วได้อามาใช้ไหม
- กลุ่ม 4 : ไม่
- ครู : เอ้า..ไม่ได้เอาความ.. เอ้า..เพื่อนบอกว่า 7.2 ไม่ได้เอามาใช้แล้วใช้ตรงไหน วิธีการของเราใช้ตรงไหน
- กลุ่ม 4 : ใช้ตรงนี้..ฐาน
- ครู : ฐานกับอะไร
- ครู : ฐานกับความสูง เออ..บอกครูหน่อยความสูงคืออะไร..ความสูงคืออะไรบอกครูหน่อย

เนื่องจากมีรูปร่างของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแตกต่างกันอย่างหลากหลายปรากฏขึ้นอีกครั้งในสถานการณ์ปัญหานี้ แต่ชั้นเรียนนี้เป็นชั้นเรียนที่เน้นการคิดให้แตกต่างหลากหลาย ดังนั้น นักเรียนในชั้นเรียนจึงได้ใช้ความพยายามในการค้นหาคำตอบดังที่ปรากฏในโพรโตคอลที่ 4

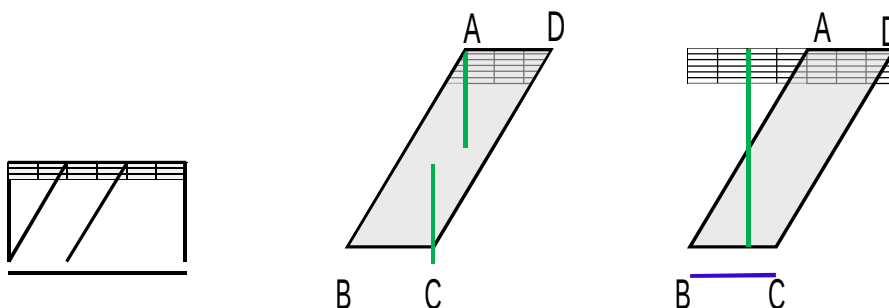
โพรโตคอลที่ 4

- นักเรียน 2 : นักเรียน 1 เขาคิดไม่ออก
- นักเรียน 4 : 3 กับ 3 มาบวกกันเท่ากับ 6 แล้วนำมาบวกกับ 3
- นักเรียน 2 : ตัดตรงนี้อมาใส่ตรงนี้...ตัดตรงนี้อมาใส่ตรงนี้..งงใหม่นี้ ก็ทำให้มันเหมือนกัน
 แบบวิธีตัดมันไม่เหมือนกัน ช่องนี้ สองช่องนี้อมาใส่ตรงนี้
- ครู : เอ้า...ให้เวลาเขียนอีก 5 นาที
- นักเรียน 2 : ตัดอันนี้ สองอันนี้อมาใส่ตรงนี้
- นักเรียน 1 : เอ้า..อันไหนล่ะ จะเอาอันไหนมาบวกกับอันนี้ วัดไปว่าความยาวอันนี้ได้ไหม ตัดนี้
 เลยนักเรียน 2
- นักเรียน 2 : แล้วก็ตัด
- นักเรียน 1 : ตัดตรงนี้เลยนี้
- นักเรียน 2 : ตัดกลางเลยนะ
- นักเรียน 1 : เออ
- นักเรียน 2 : ขอกระดาษครู
- นักเรียน 2 : คุณครูขาขอกระดาษ

นักเรียน 1 : ครูครับขอกระดาศทำวิธีที่สามหน่อยครับ
เพื่อนกลุ่มอื่น : (ทำเสียงกึ่งขึ้นชมกึ่งแซว)

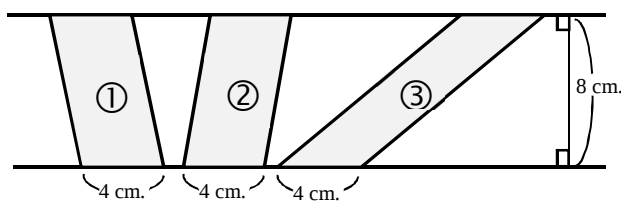
นักเรียน 2 ใช้ความพยายามในการหาแนวทางแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง โดยการจดจ่ออยู่กับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ปรากฏในใบงาน เมื่อนักเรียน 2 ไม่สามารถค้นหาแนวทางแก้ปัญหาได้จึงได้เรียกให้นักเรียน 1 เข้ามาช่วย ดังโพรโตคอลที่ 4 นักเรียน 1 และนักเรียน 2 ได้ช่วยกันค้นหาพิจารณารูปและช่วยกันค้นหาแนวทางแก้ปัญหาจนกระทั่งมองเห็น

แนวทางแก้ปัญหาที่ต่างจากแนวคิด 2 แบบที่ค้นพบไปก่อนหน้านี้แล้ว เมื่อนักเรียนกลุ่มนี้ได้ค้นพบวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายส่งผลให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ในห้องได้ใช้ความพยายามในการค้นหาวิธีการแก้ปัญหาเพิ่มเติมจนกระทั่งสามารถระบุความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ดังที่ปรากฏในแผนภาพที่ 7



แผนภาพที่ 7

บทเรียนที่ 4 สถานการณ์ปัญหา: ให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้



แผนภาพที่ 8 แสดงสถานการณ์ปัญหาที่ 1 ของบทเรียนที่ 4

สถานการณ์ในบทเรียนที่ 4 ที่แสดงข้างต้นเป็นสถานการณ์สำหรับการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในกรณีที่มีรูปร่างแตกต่างกันแต่มีความยาวของฐานและความสูงเท่ากันซึ่งจะมี

พื้นที่เท่ากัน โดยนักเรียนอาจเข้าใจคลาดเคลื่อนได้ว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งสามรูปนี้ไม่เท่ากัน แต่จากความรู้เดิมของนักเรียนและการลงมือแก้สถานการณ์ปัญหานี้ก็ทำให้นักเรียนสามารถบรรลุเป้าหมายของบทเรียนได้ ดังโพรโตคอลที่ 5

โพรโตคอลที่ 5

ในช่วงการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาต่อชั้นเรียน

ครู : รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเหล่านี้เป็นอย่างไรบ้าง?

นักเรียน : มันเอียงไม่เหมือนกัน

ครู : แล้วพื้นที่มันเป็นอย่างไง มีขนาดเท่ากันไหม?

นักเรียน : ไม่เท่ากัน

นักเรียน : ไม่แน่ใจ

แต่ในชั้นเรียนก่อนหน้าทีความรู้อยู่เกี่ยวกับฐานและความสูงเพื่อใช้ในการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ทำให้นักเรียนตระหนักว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานใดๆ จะเท่ากันเสมอถ้าความยาวของฐานและความสูงเท่ากัน ก็ทำให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่และยืนยันความเข้าใจดังกล่าวนี้ได้คาบเรียนนี้

ผลการวิจัย

1. ความเปิดของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่สร้างโดยใช้ปัญหาปลายเปิดกระตุ้นการคิดที่เป็นธรรมชาติของนักเรียน ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้นักเรียนสามารถเข้าร่วมโดยใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาได้ แนวคิดเรื่องการตัดและเคลื่อนย้ายไปวางเป็นยุทธวิธีที่นักเรียนใช้เพื่อสร้างหน่วยของพื้นที่ในบทเรียนก่อนหน้าทีกลายมาเป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาในคาบเรียนต่อมาดังที่อธิบายในโพรโตคอลที่ 1 และโพรโตคอลที่ 4 ความรู้สึกเกี่ยวกับเส้นตั้งฉากจากบทเรียนที่ 1 นำไปสู่การใช้เครื่องมือเพื่อหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมดังที่อธิบายไว้ในโพรโตคอลที่ 2 จนกระทั่งพัฒนาความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดที่นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ในบทเรียนต่อมาดังที่อธิบายไว้ในโพรโตคอลที่ 3 ยิ่งไปกว่านั้นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมยังทำให้นักเรียนทั้งหมดตระหนักว่าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานใดๆ จะมีขนาดเท่ากันถ้ามีความสูงและฐานเท่ากันดังที่แสดงในโพรโตคอลที่ 5

2. ความเชื่อมโยงระหว่างบทเรียนทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกตื่นเต้นและกระตือรือร้นเมื่อนักเรียนค้นพบว่าสิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่ตนเองกำลังเผชิญอยู่ได้ดังที่ปรากฏในโพรโตคอลที่ 1 นำไปสู่ความคุ้นเคยในคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนค้นหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในกรณีทีเฉพาะเจาะจงต่างๆ ดังที่นำเสนออย่างเป็นลำดับข้างต้น ยิ่งไปกว่านั้นความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดที่มาจากความเชื่อมโยงระหว่างบทเรียนทำให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในแนวคิดของตนเอง ซึ่งเป็นสิ่งที่ท้าทายให้นักเรียนตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบแนวคิดของเพื่อนในชั้นเรียนดังที่อธิบายในโพรโตคอลที่ 3

สรุปและอภิปรายผล

ผลการวิจัยชี้ให้เห็นแง่มุมของความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนบูรณาการกับวิธีการแบบเปิด การใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดนี้เน้นการใช้ปัญหาปลายเปิดจากหนังสือเรียนในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ทำให้ได้กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เน้นความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดของนักเรียน ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับ Mizoguchi (2010) ที่กล่าวว่ากิจกรรมทางคณิตศาสตร์จะต้องถูกจัดระบบในฐานะที่เป็นวิธีการที่ครูจะต้องสอนนักเรียน และนักเรียนจะต้องถูกพัฒนาให้มีความสามารถในการทำกิจกรรมเหล่านี้ในรูปแบบที่เป็นอิสระ (Mizoguchi, 2010) อย่างไรก็ตามผลการวิจัยนี้มาจากชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาเป็นเวลา 5 ปี ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยค่อยๆ เปลี่ยนแปลงจากชั้นเรียนแบบเดิมทีละเล็กละน้อยซึ่งมีแง่มุมของการใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดที่จะต้องได้รับการศึกษาในรายละเอียดต่อไป กิจกรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นแง่มุมที่สำคัญมากของการสนับสนุนความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กิจกรรมทางคณิตศาสตร์จะต้องได้รับการทำความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดในฐานะที่เป็นกิจกรรมที่นักเรียนพัฒนาคณิตศาสตร์ในแนวทางเชิงสร้างสรรค์ของนักเรียนแทนที่จะเป็นการเรียนคณิตศาสตร์ที่แสดงไว้เท่านั้น (Chino, 2010) นอกจากนี้ควรมีการศึกษาแง่มุมที่สำคัญอื่นๆ สำหรับการสร้างกิจกรรมทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ต่อไป

ข้อเสนอแนะ

1. แง่มุมของความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดหลากหลาย การคิดยืดหยุ่น และการคิดคล่อง เป็นแง่มุมที่ยังเปิดกว้างในการพัฒนาเกณฑ์หรือแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ละด้าน เช่น จำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต เป็นต้น ภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด การศึกษาแนวคิดของนักเรียนในแต่ละเนื้อหาเพื่อจัดหมวดหมู่แนวคิดจะเป็นแนวทางในการพัฒนาเกณฑ์การประเมินความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2. กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เน้นความเชื่อมโยงระหว่างความรู้และแนวคิดของนักเรียนดังที่ปรากฏในบทความนี้เป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและ

วิธีการแบบเปิดในโรงเรียนในโครงการวิจัยของศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น การนำผลการวิจัยนี้ไปใช้เพื่อการขยายผลจำเป็นต้องศึกษาแนวทางการดำเนินงานภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดเพื่อให้สามารถดำเนินงานตามแนวทางของนวัตกรรมดังกล่าวได้

เอกสารอ้างอิง

- Balka, D.S., (1974). Creative ability in mathematics. *Arithmetic Teacher*. 21(7), 633-363.
- Becker, J & Shimada, S. (1997). *The Open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. VA. NCTM.
- Chino, K. (2010). Mathematical Activities in the Junior High School Mathematics Course of Study, revised in 1999 and 2008. *Journal of Japan Society of Mathematical Education. Mathematical Education* 92(11):20-21.
- DeBellis, V.A. & Goldin, G.A. (1997). The affective domain in mathematical problem solving. In Pehkonen, E. (Ed.), *Proceedings of the 21st annual conference of PME, Lahti, Finland* (Vol.2. pp.209-216). Helsinki, Finland: University of Helsinki Department of Teacher Education.
- Gakkohtosho. (2005). *Study with your friends: Mathematics for elementary school 5th grade*. Tokyo: Gakkohtosho.
- Goldin, G.A., (2009). The affective domain and students' mathematical inventiveness. In Leikin, R., Berman, A. & Koichu, B. (Eds.), *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*. The Netherlands: Sense Publishers, 181-194.
- Hashimoto, Y. (1997). The methods of fostering creativity through mathematical problem solving. *International Reviews on Mathematics Education (ZDM)*, 29(3). Retrieved June 2011, from <http://www.springerlink.com/content/r0t05157085n7486/fulltext.pdf>
- Hiebert, J. & Carpenter, T.P., (1992). Learning and teaching with understanding. In Grouws, D.A. (eE.). *Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning*. McMillan, New York, 1992, 65-100.
- Inprasitha, M. (1997). Problem solving: a basis to reform mathematics instruction. *Journal of the National Research Council of Thailand*. 29(2), 221-259.
- Inprasitha, M. (2010). One Feature of Adaptive Lesson Study in Thailand: Designing Learning Unit. *Proceedings of the 45th Korean National Meeting of Mathematics Education*. Gyeongju, Korea
- Isoda, M. & Nakamura, T., (2010). Mathematics education theories for lesson study: problem solving approach and the curriculum through extension and integration. *Journal of Japan Society of Mathematical Education: Special Issue (Earcome5)*. Tokyo: Bunshoudo Insatusho.
- Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Educational of the Gifted*, 30, 236-262. Retrieved May 2011, from <http://eric.ed.gov/PDFS/EJ750778.pdf>.
- Mizoguchi, T. (2010). Activities in the Tentative Suggested Course of Study and Mathematical Ways of Thinking. *Journal of Japan Society of Mathematical Education. Mathematical Education* 92(11):18-19.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA:Author.
- Pehkonen, E. (1997). The state-of-art in mathematical creativity. International Reviews on Mathematics Education (ZDM), 29(3). Retrieved June 2011, from <http://www.springerlink.com/content/q121632l1767m383/fulltext.pdf>.
- Polya, G. (1962). Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- Torrance, E.P., 1962, Guiding Creative Talent, Prentice-Hall Inc., New Jersey.