

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์: ประเด็นปัญหาของผู้เรียนและแนวทางแก้ไข MATHEMATICAL WORD PROBLEMS: STUDENTS' DIFFICULTIES AND RECOMMENDED STRATEGIES

วนินทร์ สุภาพ¹, กัลยา นฤดมกุล²
Wanintorn Supap¹, Kanlaya Naruedomkul²

บทคัดย่อ

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสื่อที่ใช้เชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง การแก้โจทย์ปัญหามุ่งอาศัยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่สมเหตุสมผล อย่างไรก็ตามตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันผู้เรียนระดับประถมศึกษาที่ยังประสบปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้นในบทความนี้ผู้เขียนจึงมุ่งศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องและนำเสนอประเด็นปัญหาของผู้เรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแนวทางส่วนหนึ่งที่คาดว่าจะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

คำสำคัญ: โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์, กระบวนการแก้ปัญหา, ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Abstract

Mathematical word problem is the intermediate connection between mathematics content and real life situations. To solve such a problem, the mathematical processes and skills are required in order to achieve a reasonable answer. However, up until now, Thai primary school students still face difficulties of solving mathematical word problem. In this paper, related research is discussed and the difficulties the students experience are reported. Teaching strategies used to develop or improve mathematics problem-solving skills are proposed.

Keywords: Mathematical Word Problem, Problem Solving Process, Mathematical Word Problems Strategies

¹ ดร., อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

Dr., Dr., Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University, E-mail: wsupap@gmail.com

² รองศาสตราจารย์ ดร., อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล

Associate Professor Dr., Department of Mathematics, Faculty of Science, Mahidol University

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในวิชาของกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เนื่องจากคณิตศาสตร์ไม่เพียง แต่เป็นวิชาที่จะนำไปสู่การเรียนรู้ และการเรียนในระดับสูง ยังคงเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาคนให้รู้จักคิดและคิดเป็น อีกด้วย นั่นคือคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิดและสามารถแก้ปัญหาได้ อีกทั้งยังช่วยสร้างเสริม คุณลักษณะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตอื่นๆ เช่น การสังเกต ความละเอียด ความรอบคอบ แม่นยำ มีสมาธิและ รู้จักแก้ปัญหาและโดยเฉพาะอย่างยิ่งในชีวิตประจำวัน เราต้องใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกือบตลอดเวลา เช่น การซื้อขาย การประมาณค่า การบอกเวลา ด้วยความสำคัญดังกล่าว ทำให้การสอนคณิตศาสตร์เพียงเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์เท่านั้นยังไม่เพียงพอ แต่ผู้สอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องสอนให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและเกิดทักษะในการคิดคำนวณตลอดจนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันซึ่งเป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาได้ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council Teachers of Mathematics, 2000) กล่าวถึงการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาว่า จุดมุ่งหมายที่แท้จริงในการสอนคณิตศาสตร์คือการทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ประเทศไทยก็มีการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้สอดคล้องกับหลักการดังกล่าว ดังเห็นได้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งได้บรรจุการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ในทุกระดับชั้นและทุกสาระในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จึงจัดว่าเป็นสิ่งท้าทายที่จะช่วยให้ผู้เรียนประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ที่แตกต่างกันเป็นแนวทางที่ดีในการเชื่อมโยงทางความคิดสู่ชีวิตจริง และยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนตลอดจนช่วยดึงดูดความสนใจของผู้เรียนอีกด้วย แต่ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์พบว่าผู้เรียนส่วนมากยังประสบปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เห็นได้จากการที่นักเรียนแสดงความกังวลหรือไม่พึงพอใจเมื่อต้องแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนหรือเมื่อทำการบ้านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ด้วยคำพูด เช่น “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ยากมาก”, “ฉันไม่รู้ว่าจะทำอย่างไรดีกับโจทย์ปัญหา เลยทำให้ฉันทำโจทย์ไม่เสร็จ” และ “ฉันไม่ชอบคณิตศาสตร์เลย” อีกตัวอย่างหนึ่งคือ ถ้าผู้เรียนเจอกับปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบโจทย์สัญลักษณ์อย่างเช่น $(588 \div 4) \times 8 = \square$ แน่ใจว่าผู้เรียนส่วนมากจะสามารถหาคำตอบได้ แต่ถ้าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาในรูปแบบโจทย์ภาษา เช่น “โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดกิจกรรมเข้าค่ายให้กับผู้เรียนทั้งระดับชั้นซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 588 คน โรงเรียนจะแจกเต็นท์ให้ 1 หลังสำหรับผู้เรียน 4 คน และแต่ละเต็นท์จะได้รับสมอบกหรือหมุดปักเต็นท์จำนวน 8 ตัว โรงเรียนจะต้องเตรียมหมุดปักเต็นท์จำนวนกี่ตัว” พบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่จะไม่เข้าใจปัญหาของโจทย์และไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้

เนื่องด้วยโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงแค่หัวข้อหนึ่งที่จะต้องเรียนในหลักสูตรเท่านั้น แต่เป็นกระบวนการที่จะต้องดำเนินการสอดแทรกตลอดการเรียนรู้นิเทศศาสตร์ซึ่งจะต้องแฝงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และทักษะต่างๆ ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อยู่เสมอ (อัมพร มาคนอง, 2554) ซึ่งผู้เรียนบางส่วนในชั้นเรียนหรือส่วนใหญ่ก็ยังไม่มีความพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้นถ้ากระบวนการเรียนการสอนไม่สนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียนทุกคนในชั้นเรียน ทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนก็อาจจะไม่ได้รับการพัฒนาหรืออาจจะแย่ลงกว่าเดิม ดังนั้นการเข้าใจอุปสรรคปัญหาต่างๆ ของผู้เรียนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแนวทางที่จำเป็นที่จะช่วยให้ผู้เรียนข้ามผ่านอุปสรรคต่างๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้และพัฒนาตนเองได้อย่างต่อเนื่องจึงเป็นหนทางหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนได้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical problem) หรืออาจเรียกเป็นโจทย์ภาษา (word problem) หรือ โจทย์เชิงเรื่องราว (story problem) หรือโจทย์เชิงสนทนา (verbal problem) คือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสถานการณ์ด้วยถ้อยคำหรือข้อความและตัวเลขโดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลขที่ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดแก้ปัญหา (Adam et. al, 1977) และในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นผู้เรียนจำเป็นต้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถต่างๆ มาประกอบกัน

เช่น ทักษะการอ่าน การทำความเข้าใจสถานการณ์ ปัญหา การมองลักษณะปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การคำนวณ การใช้สัญลักษณ์ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น แต่ละโจทย์ปัญหาประกอบด้วยสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในโลกจริง ซึ่งจะมีการใช้ภาษาคณิตศาสตร์ และภาษาพูดโดย Gerofsky (1996) ได้นิยามว่าโจทย์ปัญหาส่วนใหญ่จะมีโครงสร้างสำคัญ 3 ส่วน ได้แก่ 1) สถานการณ์เริ่มต้น ซึ่งกล่าวถึงบริบทหรือแหล่งที่มาของสถานการณ์ ส่วนนี้มักจะไม่มีสำคัญสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา 2) ข้อมูล ส่วนนี้กล่าวถึงข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา 3) คำถาม เป็นส่วนที่แสดงว่าจะต้องใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในการหาคำตอบที่ถูกต้องและสอดคล้องกับคำถาม

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และการจำแนกส่วนประกอบตามโครงสร้างสำคัญ 3 ส่วน ได้แก่
โจทย์ปัญหา: โรงเรียนบ้านแก้วจัดโครงการทัศนศึกษาพาผู้เรียนไปอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย มีผู้เรียนทั้งหมดที่จะเดินทางไปทัศนศึกษาจำนวน 51 คน ทางโรงเรียนจะเดินทางด้วยรถตู้รับจ้าง ซึ่งรถตู้หนึ่งคันจะรับผู้เรียนได้ 14 คน โรงเรียนต้องเหมารถตู้ทั้งหมดกี่คัน

สถานการณ์เริ่มต้น: โรงเรียนบ้านแก้วจัดโครงการทัศนศึกษาพาผู้เรียนไปอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย และทางโรงเรียนจะเดินทางด้วยรถตู้รับจ้าง

ข้อมูล: มีผู้เรียนทั้งหมดที่จะเดินทางไปทัศนศึกษาจำนวน 51 คน รถตู้หนึ่งคันจะรับผู้เรียนได้ 14 คน

คำถาม: โรงเรียนต้องเหมารถตู้ทั้งหมดกี่คัน ซึ่งสถานการณ์เริ่มต้นส่วนมากก็จะเป็นเหตุการณ์ เรื่องราวหรือประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน ถือเป็นการเริ่มต้นที่ดีของการเรียนรู้ที่จะฝึกฝนการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง ช่วยกระตุ้นผู้เรียนให้เข้าใจแก่นแท้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนเสริมสร้างความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหา

อุปสรรคของผู้เรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ถือได้ว่าเป็นยาขมสำหรับเด็กๆ หลายคนในการเรียนคณิตศาสตร์ งานวิจัยของ Phonapichat, Wongwanich and Sujiva (2014) ชี้ให้เห็นว่า ผู้เรียนไทยในระดับประถมศึกษายังมีปัญหา ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

อุปสรรคของผู้เรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 ที่มีต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยสรุป คือ

1. ผู้เรียนไม่สามารถเข้าใจคำสำคัญที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และไม่สามารถอธิบายให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ผู้เรียนไม่สามารถแยกแยะได้ว่าข้อมูลใดจำเป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. เมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนมักจะเดาคำตอบโดยไม่ผ่านกระบวนการคิดใดๆ เลย
4. ผู้เรียนไม่มีความอดทนในการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. ผู้เรียนไม่ชอบอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีข้อความยาวๆ

กล่าวได้ว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถผสมผสานกันระหว่างทักษะทางคณิตศาสตร์หลายส่วน ซึ่ง Tambychik and Meerah (2010) ได้กล่าวสรุปถึงทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ทักษะได้แก่

1. ทักษะทางตัวเลข (number fact skill) เป็นความสามารถในการจำแนกตัวเลข ตาราง หรือหลักคณิตศาสตร์
2. ทักษะทางเลขคณิต (arithmetic skill) เป็นความแม่นยำหรือวิธีการในการคำนวณและดำเนินการเป็นขั้นตอน ระบบ
3. ทักษะทางข้อมูล (information skill) เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลมาสู่โมทัศน์ การดำเนินการและประสบการณ์ และการแปลงจากข้อมูลต่างๆ มาสู่ประโยคทางคณิตศาสตร์
4. ทักษะทางภาษา (language skill) เป็นความสามารถในการเข้าใจคำ วลี ประโยคที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะเชิงปริภูมิ (visual spatial skill) เป็นทักษะในการมองเห็นถึงโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รูปทรงเรขาคณิตและปริภูมิอย่างมีความหมาย

การขาดทักษะตัวใดตัวหนึ่งข้างต้นจะส่งผลให้เกิดข้อผิดพลาดหรือความสับสนในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีอีกปัจจัยหนึ่งที่สำคัญคือลักษณะของโจทย์ ได้แก่ การเลือกใช้คำศัพท์ ความยาวและโครงสร้างของวลีหรือประโยค ขนาดและความซับซ้อนของจำนวน และลำดับการเขียนเรียบเรียงหรือการแสดงปัญหา ซึ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรใช้คำศัพท์ง่ายๆ ถ้าเป็นประโยคยาวๆ ควรแบ่งเป็นสอง

ส่วนหรือมากกว่า หรืออาจจะเขียนใหม่เป็นประโยคสั้นๆ ที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น

Ahmed, Salim & Zainuddin (2008) แบ่งการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ส่วนสำคัญ ได้แก่ 1) การนำเสนอตัวแทนปัญหา (Problem Representation) และ 2) การแก้ปัญหา (Search for Solution) ในส่วนการนำเสนอตัวแทนปัญหานั้นต้องอาศัยการอ่านอย่างรอบคอบและการแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปสู่รูปแบบ สัญลักษณ์หรือสมการทางคณิตศาสตร์ และส่วนการแก้ปัญหาก็จะเป็นการต่อยอดจากสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและอธิบายผลการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ผู้เรียนส่วนใหญ่จะมีข้อผิดพลาดในส่วนการนำเสนอตัวแทนปัญหา ซึ่งนำไปสู่การผิดพลาดในส่วนการแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนปัญหาก็จะประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจ ขั้นแยกแยะข้อมูลสำคัญและขั้นสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับการแก้ปัญหามี 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่ ขั้นดำเนินการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ และขั้นตรวจสอบคำตอบ

1. การนำเสนอตัวแทนปัญหา

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นกระบวนการอ่านและทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ รวมถึงการระบุสถานการณ์ ลักษณะปัญหาและประเภทของปัญหา หลังจากอ่านโจทย์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจในความหมายของโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้เรียนจำเป็นต้องเลือกรูปแบบในการนำเสนอตัวแทนของปัญหาเพื่อแปลงจากโจทย์ปัญหานั้นเป็นภาษาของตัวเอง ซึ่งนักวิจัยทางวิทยาศาสตร์พุทธิปัญญา (Cognitive Science) และคณิตศาสตร์ศึกษาได้วิเคราะห์ว่าไม่เพียงแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เท่านั้นที่เป็นสาเหตุพื้นฐานของการที่ผู้เรียนทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้ แต่เป็นอุปสรรคทางด้านภาษาด้วย (Cummins, 1991; Kintsch & Greeno, 1985; Reed, 1999) สาเหตุของความบกพร่องของผู้เรียนสำหรับขั้นนี้ในเบื้องต้นมาจากความรู้เกี่ยวกับการประมวลผลทางภาษาและผลจากความรู้ที่มีมาก่อนหน้า ผู้เรียนบางคนจะขาดความรู้ในคำหรือวลีสำคัญ ที่อาจจะไม่ได้พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น ต้นทุน สองเท่าครึ่ง หรือคำลักษณะนามที่ไม่คุ้นเคย เช่น โหลง ริม

ขั้นแยกแยะข้อมูลสำคัญ เป็นกระบวนการในการดึงข้อมูลที่สำคัญที่ฝังหรือแฝงอยู่ในโจทย์ปัญหา และตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องหรือตัวเลขที่ไม่เกี่ยวข้องแต่ทำให้ไขว่เขวได้ออกไป ผู้เรียนบางคนไม่สามารถรวบรวมข้อมูลทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับคำถามได้

ข้อมูลที่มากเกินไปก็อาจกลายเป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนด้วยการรบกวนจนผู้เรียนไม่สามารถระบุคำถามและกฎ สูตร นิยามที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้เรียนเข้าใจโจทย์ปัญหา รู้ว่าข้อมูลใดจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาแล้วสิ่งสำคัญต่อมาก็คือการสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ที่สัมพันธ์กับโจทย์ปัญหานั้น หรือเป็นการนำเสนอปัญหานั้นด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง รวมถึงการนิยามตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอย่างชัดเจน จากนั้นเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมและมีลำดับที่ถูกต้อง ซึ่งผู้เรียนที่ขาดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็อาจจะไม่สามารถแปลงโจทย์ปัญหาในรูปภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2. การแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการดำเนินการหาคำตอบของสมการทางคณิตศาสตร์หรือแก้สมการเพื่อให้ได้คำตอบ จะมีการใช้สัญลักษณ์ การคำนวณตามหลักการดำเนินการต่างๆ ที่เกี่ยวข้องในประโยคทางคณิตศาสตร์ อุปสรรคของผู้เรียนในขั้นตอนนี้คือการขาดทักษะการคิดคำนวณหรือไม่เข้าใจความหมายหรือลำดับขั้นของตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตรวจสอบคำตอบ เมื่อได้คำตอบแล้ว ผู้เรียนจำเป็นต้องตรวจสอบคำตอบและตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นในกระบวนการแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้จะต้องอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวนหรือความมีไหวพริบในการใช้จำนวน การประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบหรืออธิบายได้ว่า เพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา เช่น ตัวอย่างของโจทย์ปัญหาที่ได้กล่าวถึงไปแล้วเกี่ยวกับจำนวนรถตู้ที่โรงเรียนจะต้องใช้ ซึ่งอาจเขียนสมการได้เป็น $51 \div 14 = \square$ และถ้าหาคำตอบก็จะได้ว่า 3.64 ซึ่งถ้าผู้เรียนตอบว่า 3.64 คัน ก็อาจจะถือว่ามีความบกพร่องในด้านความรู้สึกเชิงจำนวน เนื่องจากไม่สามารถแบ่งรถตู้เป็นส่วนๆ ได้ ดังนั้น ผู้เรียนควรตอบว่า 4 คัน จึงจะแสดงออกถึงการตระหนักในความสมเหตุสมผลของคำตอบ

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นับว่าเป็นงานที่ท้าทายอย่างหนึ่งของผู้เรียนส่วนมาก หรืออีกนัยหนึ่งว่าเป็น อุปสรรคสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ และมีนักวิจัยจำนวนหลายท่านที่พยายามศึกษาถึงอุปสรรคและเหตุผลในการเกิดข้อผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหา

ของผู้เรียน (Cummins, 1991; Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman & Sczesniak, 2007; Jonassen, 2003) ซึ่งสิ่งที่ได้จากงานวิจัยพบว่า ปัญหาหลักในการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนอยู่ที่ส่วนแรกของการแก้ปัญหา คือการนำเสนอตัวแทนปัญหา โดยเฉพาะการแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือคือการที่ผู้เรียนขาดความสามารถในการเชื่อมโยงโจทย์ปัญหานั้นมาสู่สมการหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสิ่งสำคัญที่ผู้เรียนทุกคนจำเป็นต้องมีคือความรู้เกี่ยวกับภาษา (Language Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการ (Procedural Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับภาษาก็คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับคำศัพท์ประโยคและโครงสร้างทางภาษา ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ ก็คือความรู้ความเข้าใจในความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ในขณะที่ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการจะประกอบไปด้วยกฎการดำเนินการ กระบวนการหรือการลำดับขั้นตอนที่จะช่วยให้การแก้โจทย์ปัญหานั้นสำเร็จ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ถึงแม้ว่าผู้เรียนจะจดจำกฎการดำเนินการต่างๆ ได้หรือหาคำตอบออกมาได้ถูกต้อง แต่ก็ไม่ใช่เสมอไปว่าผู้เรียนจะมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ซึ่งจะใช้กฎการดำเนินการต่างๆ อย่างมีความหมายและมีระบบ ความรู้

ทั้งสามส่วนมีความสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากจะช่วยให้ผู้สอนเข้าใจผู้เรียนที่ประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อขจัดอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจะเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหายุทธวิธีหรือเทคนิคต่างๆ รวมไปถึงการใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมมาช่วยด้วย

1. กระบวนการแก้ปัญหาย

เนื่องจากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการอย่างหนึ่ง ดังนั้นผู้สอนควรปลูกฝังให้ผู้เรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาย อาจมีผู้เรียนบางคนที่ไม่รู้ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร และจะดำเนินการแก้ปัญหายอย่างไรต่อไป ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้เรียนไม่มีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหานั้นที่ถูกต้อง กระบวนการแก้ปัญหานั้นเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้อย่างแพร่หลายคือกระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของ Polya (1981 อ้างถึงใน Tambychik & Meerah, 2010) ซึ่งกล่าวถึงการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่เริ่มต้นจากผู้เรียนเผชิญหน้ากับโจทย์ปัญหาจนกระทั่งสิ้นสุดที่ปัญหานั้นได้ถูกแก้แล้ว และ Polya ได้นำเสนอรูปแบบการแก้ปัญหานั้นประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน อันได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาย ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ซึ่งนอกจากกระบวนการแก้ปัญหายของ Polya แล้วก็ยังมียุทธวิธีรูปแบบ ดังตัวอย่างที่แสดงในตาราง 1

ตาราง 1 การสังเคราะห์กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

Polya (1981)	4 ขั้นตอน	1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนแก้ปัญหาย 3) ดำเนินการตามแผน 4) ตรวจสอบผล
Krulick & Rudnick (1996)	5 ขั้นตอน	1) การอ่านและการคิด 2) การวิเคราะห์และวางแผน 3) การเลือกใช้กลยุทธ์ 4) การหาคำตอบ 5) การยืนยันคำตอบที่ได้
DAPIC (IMaST, 2007 อ้างอิงในอัมพร ม้าคนอง, 2554)	5 ขั้นตอน	1) Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา 2) Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหาย 3) Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหายและวางแผนการดำเนินงาน 4) Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น 5) Communication เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุปและสื่อสาร

OECD (2012)	5	1) เริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีอยู่ในความเป็นจริง
	ขั้นตอน	2) จัดการโดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
		3) ค่อยๆตัดความเป็นจริงออกไปในขณะดำเนินการกระบวนการคิด
		4) แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
		5) ทำให้คำตอบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความหมายในรูปของความเป็นจริง

2. ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา

Sowder (1988 อ้างอิงใน Reed, 1999)

ได้ทำการสัมภาษณ์ผู้เรียนจำนวนประมาณ 70 คนในระดับประถมศึกษาตอนปลายพบว่า ผู้เรียนต่างก็มีวิธีการหลากหลายในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาได้แก่

2.1 การใช้ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนถนัด ค้นเคยหรือที่เพิ่งจะเรียนมาจากชั้นเรียน

2.2 การใช้ค่าของตัวเลขในการเลือกตัวดำเนินการว่า บวก ลบ คูณ หรือหาร เช่น ถ้าตัวเลขที่ปรากฏในโจทย์ปัญหานั้นประกอบด้วยตัวเลขที่มีค่ามากและตัวเลขที่มีค่าน้อย ผู้เรียนจะเลือกใช้การลบหรือการหาร เป็นต้น

2.3 การใช้ทุกตัวดำเนินการที่เป็นไปได้แล้วเลือกตัวที่ดูน่าจะสมเหตุสมผลที่สุด

2.4 การหาคำสำคัญเพื่อเลือกตัวดำเนินการ เช่น หากปรากฏคำว่า “รวมทั้งหมด” ก็ใช้การบวก

2.5 การพิจารณาว่าจำนวนใดมีค่ามากกว่า (โดยการบวกหรือการคูณ) หรือจำนวนใดมีค่าน้อยกว่า (โดยการลบหรือการหาร) เปรียบเทียบกับจำนวนที่โจทย์กำหนดให้

ในการเลือกตัวดำเนินการที่เหมาะสมกับความหมายของโจทย์ปัญหานั้นพบว่ามีผู้เรียนใช้ยุทธวิธีที่ผิดและไม่ได้ผลในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แล้วก็จะใช้ยุทธวิธีใหม่ในกรณีที่เห็นว่ายุทธวิธีเก่าไม่ถูกต้อง (Ahmad, 2008) ในการสอนให้ผู้เรียนทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมีหลายยุทธวิธี อาทิ การปรับคำพูด การใช้คำสำคัญ และการใช้โครงสร้างหรือแผนผัง ซึ่งยุทธวิธีที่ผู้เรียนเลือกใช้นั้นจะบอกถึงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของผู้เรียนต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ยุทธวิธีสำหรับอุปสรรคทางด้านภาษา

1. ยุทธวิธีปรับคำพูด/ปรับภาษา (Rewording strategy) De Corte, Verschaffel and De Win (1985) เป็นผู้ริเริ่มงานวิจัยเกี่ยวกับการ

ปรับเปลี่ยน ภาษาเพื่อทำให้ความสัมพันธ์ในเชิงความหมายมีความชัดเจนยิ่งขึ้น และช่วยให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ สำหรับผู้เรียนบางคนเรียกได้ว่าการเปลี่ยนคำพูดหรือภาษาของโจทย์ปัญหาทำให้แก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Landi (2001) ที่พบว่า ผู้สอนมักจะเรียนรู้อารมณ์ของการปรับเปลี่ยนประโยคเป็นทางเลือกหนึ่งในการสอนแก้โจทย์ปัญหา และทำให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการอ่านเชิงวิเคราะห์จนกลายเป็นนักแก้โจทย์ปัญหาที่ดีขึ้น ตัวอย่างของการปรับเปลี่ยนคำพูดหรือภาษา ได้แก่

โจทย์ปัญหาเดิม พินและแพทมีลูกอมรวมกัน 9 เม็ด พินมีลูกอม 3 เม็ด แพทจะมีลูกอมกี่เม็ด

โจทย์ปัญหาใหม่ พินและแพทมีลูกอมรวมกัน 9 เม็ด ลูกอม 3 เม็ดเป็นของพินและลูกอมที่เหลือเป็นของแพท แพทจะมีลูกอมกี่เม็ด

ยุทธวิธีปรับคำพูด/ภาษา จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างทางความหมายของโจทย์ปัญหา และสามารถพัฒนาเป็นการนำเสนอปัญหาอย่างมีความหมายได้ ซึ่งอาจจะนำไปใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา การแยกแยะข้อมูลสำคัญ อันจะไปสู่การสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้สำหรับผู้เรียนที่มีความบกพร่องทางภาษา ผู้สอนอาจจะช่วยเสริมให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของคำต่างๆ ก่อนหรือใช้สื่อประกอบคำศัพท์ เช่น บัตรภาพ สมุดภาพ หรือพจนานุกรมสำหรับเด็ก

2. ยุทธวิธีใช้คำสำคัญ (Keyword strategy) ยุทธวิธีใช้คำสำคัญเป็นหนึ่งในยุทธวิธีที่ผู้เรียนส่วนมากใช้ในระดับประถมศึกษา ที่ช่วยให้ผู้เรียนอ่านโจทย์และสนใจในคำศัพท์มากขึ้น ดังตัวอย่างคำสำคัญที่สัมพันธ์กับตัวดำเนินการในตาราง 2 เช่น คำว่า “รวม” หมายถึง การบวก ถ้าเห็นคำว่า “รวม” ที่ไหนในโจทย์ปัญหาใดผู้เรียนก็จะรู้ทันทีว่าต้องทำอะไร แต่การใช้คำสำคัญก็เป็นวิธีที่มีข้อจำกัด เนื่องจากผู้เรียนส่วนใหญ่มักจะใช้วิธีการค้นหาคำสำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาโดยละเลยความหมายและเหตุผลในการใช้ตัวดำเนินการ เพราะคำสำคัญที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาอาจจะไม่ใช่ตัวดำเนินการอย่างที่ ผู้เรียนเข้าใจเสมอไป

ตาราง 2 ตัวอย่างตัวดำเนินการและคำสำคัญที่เกี่ยวข้อง

ตัวดำเนินการ	คำสำคัญ
บวก	เพิ่มขึ้นเป็น, มากกว่า, รวมกัน, รวมทั้งหมด
ลบ	ลดลงเหลือ, ลดลงเป็น, น้อยกว่า, แตกต่างกันอยู่, น้อย
คูณ	ของ, เท่า, คูณกัน, ผลคูณของ, เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่า
หาร	ต่อ, อันเดียว, หักออก, เป็นสัดส่วน, คิดเป็นเศษส่วน, เปอร์เซนต์
เท่ากับ	คือ, เป็น, ทำให้, เกิดเป็น, ขยายในราคา

ตัวอย่างการใช้คำสำคัญที่สื่อความหมายของตัวดำเนินการผิด ได้แก่

โจทย์ปัญหา: พ่อค้านมสดนำนมมาขาย 11 ลิตรในวันอาทิตย์ ซึ่งเป็นจำนวนมากกว่าที่นำมาขายวันจันทร์ 4 ลิตร พ่อค้านมสดนำนมมาขายในวันจันทร์กี่ลิตร

จากตัวอย่างแสดงถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีคำว่ามากกว่า แต่ไม่ได้สื่อไปถึงการใช้ตัวดำเนินการบวกดังนั้นผู้สอนควรจะแนะนำว่าคำสำคัญเป็นหนทางหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจสถานการณ์ และผู้เรียนควรปรับใช้คำสำคัญเพื่อทำให้เกิดเข้าใจในสถานการณ์ เนื่องการใช้คำสำคัญอาจเป็นการทำลายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นำไปสู่วิธีการหาคำตอบที่ผิด ยุทธวิธีนี้มีข้อจำกัดที่ทำให้ผู้เรียนอาจสร้างสมการหรือข้อสรุปที่ไม่เหมาะสม

3. ยุทธวิธีการเน้นข้อความสำคัญ

เนื่องจากโจทย์ปัญหามีความหลากหลายมากและคำถามในโจทย์ปัญหามีรูปแบบทั้งตั้งคำถามแบบทางตรงและทางอ้อม อาจจะต้องใช้การแก้ปัญหาแบบขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอนและอาจจะมีข้อมูลหลงเข้ามาด้วย เมื่อผู้เรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามสำนวนภาษาหรือความเข้าใจของตนเอง จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงปัญหานั้นและระบุได้ว่าข้อความหรือประโยคใดในโจทย์ปัญหาที่สำคัญและจำเป็นต่อการแก้ปัญหา และช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจและเลือกตัวดำเนินการที่ถูกต้องได้ โดยการให้ผู้เรียนเน้นความเหมือนหรือความต่างกับโจทย์ปัญหาอื่นๆ เช่น การให้ผู้เรียนวงกลม หรือขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ และอภิปรายว่าทำไมข้อมูลนั้นจึงสำคัญและจำเป็นและข้อมูลอื่นจึงไม่สำคัญและจำเป็น ตัวอย่างคำถามของผู้สอนที่

จะช่วย เช่น โจทย์ตั้งใจจะหาอะไร ให้วงกลมรอบคำถาม เพื่อเตือนตัวเองว่าเรากำลังจะหาอะไร มีข้อมูลสำคัญอย่างอื่นอีกหรือไม่

ยุทธวิธีสำหรับอุปสรรคทางด้านโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ยุทธวิธีโครงสร้าง (Schema strategy)

แนวคิดหนึ่งในปัจจุบันคือการที่ถ้าผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของโจทย์ปัญหาหรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในสถานการณ์ปัญหา จะทำให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น (Jonasson, 2003) เพราะไม่ว่าโจทย์ปัญหาจะถามอะไรหรือพลิกแปลงสถานการณ์อย่างไร ผู้เรียนก็จะตอบคำถามได้อย่างตรงจุดตรงประเด็น ซึ่ง Kintsch และ Greeno (1985) เป็นผู้ริเริ่มสร้างโครงสร้างโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ด้วยความเชื่อว่าการเข้าใจความสัมพันธ์เชิงปริมาณในโจทย์ปัญหา จำเป็นกว่าสมการที่ใช้อธิบาย และความเข้าใจในโมโนทัศน์ของโครงสร้างโจทย์ปัญหานั้นสำคัญ การใช้ยุทธวิธีโครงสร้างสำหรับกรณีพื้นฐานของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษานั้นมีสำหรับทุกการดำเนินการ คือ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ซึ่งในบทความนี้จะนำเสนอตัวอย่างโครงสร้างของการบวกและการลบแยกได้เป็นประเภทของโจทย์ปัญหา 3 แบบ ได้แก่ การรวมกัน การเปรียบเทียบและการเปลี่ยนแปลง ดังแสดงในตาราง 3 (Jitendra et al., 2007)

ตาราง 3 โครงสร้างเชิงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ประเภทของโจทย์ปัญหา	ลักษณะของโจทย์ปัญหา	
	องค์ประกอบ	ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล
การรวม	ส่วนย่อย, ส่วนย่อย, ส่วนรวม	คงที่
การเปรียบเทียบ	ส่วนเทียบ, ส่วนอ้างอิง, ส่วนต่าง	คงที่
การเปลี่ยนแปลง	เริ่มต้น, เปลี่ยนแปลง, สิ้นสุด	ไม่คงที่

นอกจากความรู้ในโครงสร้างเชิงความหมายของโจทย์ปัญหาแล้ว รูปแบบการนำเสนอก็มีส่วนสำคัญต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแผนภาพ (graphic representation) จัดว่าเป็นการนำเสนอที่เป็นรูปธรรมและช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของโครงสร้างและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วย ในที่นี้จะยกตัวอย่าง

ถึงแผนภาพที่สัมพันธ์กับยุทธวิธีโครงสร้าง คือแผนภาพเชิงโครงสร้าง (schema diagram) ที่จะช่วยให้ผู้เรียนจัดเรียงความคิดอย่างเป็นระบบ และนำไปสู่การแปลงเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และหาคำตอบได้ในที่สุด ดังแสดงในตาราง 4

ตาราง 4 การนำเสนอด้วยแผนภาพตามประเภทของโจทย์ปัญหา

ประเภทของโจทย์ปัญหา	การนำเสนอด้วยแผนภาพ
การรวม: ส่วนย่อย + ส่วนย่อย = ส่วนรวม	ฟิชเลี้ยงปลาทอง 6 ตัว เลี้ยงปลากัด 3 ตัว ฟิชเลี้ยงปลาทั้งหมดกี่ตัว ส่วนย่อย ส่วนย่อย ส่วนรวม
การเปรียบเทียบ: ส่วนเทียบ - ส่วนอ้างอิง = ส่วนต่าง	แม่มีส้ม 6 ผลและมีมะม่วงมากกว่าส้มอยู่ 3 ผล แม่มีมะม่วงกี่ผล ส่วน ส่วน ส่วนต่าง
การเปลี่ยนแปลง: เริ่มต้น + เปลี่ยนแปลง:เพิ่ม = สิ้นสุด เริ่มต้น - เปลี่ยนแปลง:ลด = สิ้นสุด	มีนา มีดินสอ 3 แท่ง แล้วมีนาไปซื้อเพิ่มมาอีก 2 แท่ง มีนาจะมีดินสอรวมกันทั้งหมดกี่แท่ง เริ่มต้น สิ้นสุด แม่ค้ามีแตงโม 27 ผล แล้วขายไป 6 ผล แม่ค้าเหลือแตงโมอีกกี่ผล เริ่มต้น สิ้นสุด

2. ยุทธวิธีการใช้แผนภาพ (Graphic representation strategy)

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปรากฏในหลากหลายรูปแบบและโครงสร้าง เช่น คุณพ่อขับรถขึ้นทางด่วนเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตรและต้องขับต่ออีก 3 กิโลเมตร คุณพ่อจะขับรถได้ระยะทางกี่กิโลเมตร ซึ่งบางครั้งโจทย์ปัญหาการบวกอาจจะเหมาะที่จะใช้เส้นจำนวนในการแสดงเพื่อหาคำตอบ ซึ่งการบรรยายโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกมาด้วยการวาดภาพหรือเขียนแผนภาพก็ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การใช้แผนภาพก็ยังช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงระหว่างรูปธรรมกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยในการใช้แผนภาพประกอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้สอนอาจจะกำหนด

ชั้นที่สาม
ชั้นที่สอง
ชั้นแรก

วารสาร 15 เล่ม
หนังสือชีวประวัติ 22 เล่ม
หนังสือประวัติศาสตร์ 18 เล่ม



วารสารแต่ละเล่มมีบทความของคนดังในประวัติศาสตร์ 2 ฉบับ

สถานการณ์ให้ผู้เรียนนำข้อมูลที่กำหนดให้มาเขียนเป็นรูปภาพ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา (Landi, 2001) ดังตัวอย่างข้างต้น

โจทย์ปัญหา: ด้านหลังของห้องเรียนประวัติศาสตร์มีการเก็บรวบรวมหนังสือไว้จำนวนหนึ่ง หนังสือถูกจัดเรียงไว้บนตู้หนังสือจำนวน 3 ชั้น ชั้นแรกเป็นหนังสือประวัติศาสตร์ 18 เล่ม ชั้นที่สองเป็นหนังสือชีวประวัติ 22 เล่มและชั้นที่สามเป็นวารสาร 15 เล่ม ซึ่งหนังสือวารสารแต่ละเล่มจะมีบทความของคนดังในประวัติศาสตร์ 2 ฉบับ

ผู้สอนอาจใช้การอภิปรายถึงข้อมูลในโจทย์ปัญหาและแสดงด้วยแผนภาพเพื่อให้ผู้เรียนตามติดกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ดังนี้

ยุทธวิธีสำหรับอุปสรรคทางด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

1. ยุทธวิธีการประมาณค่า (Estimation strategy)

เมื่อผู้เรียนสร้างประโยคสัญลักษณ์หรือสมการได้ ก็ยังมีผู้เรียนบางส่วนมีปัญหาเกี่ยวกับการหาคำตอบด้วยการคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เช่น ถ้ามีตัวดำเนินการ 2 ตัว คือ + และ $\times$ ก็ไม่รู้ว่าจะต้องคำนวณตัวดำเนินการใดก่อน หรือมีลำดับขั้นตอนอย่างไร อาจจะมีผู้เรียนบางส่วนที่ไม่สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ซึ่งในส่วนนี้อาจจะใช้ ยุทธวิธีการประมาณค่า โดยกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนลองประมาณคำตอบที่คาดว่าจะเป็คำตอบจริงแล้วให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายว่าคำตอบใดมีความสมเหตุสมผล ตัวอย่างเช่น

โจทย์ปัญหา: ฉันต้องจ่ายเงินค่าอาหารกลางวัน 28 บาท หลังจากรับประทานอาหารกลางวันเสร็จต้องไปซื้อสมุดอีก 1 เล่มราคา 15 บาท 50 สตางค์ และซื้อเทียนสำหรับใช้ในวิชาคณิตศาสตร์อีก 1 อันราคา 36 บาท ถ้าฉันมีเงิน 80 บาท ฉันจะมีเงินพอสำหรับค่าใช้จ่ายทั้งหมดหรือไม่

ถ้ามีผู้เรียนตอบคำถามว่า ค่าใช้จ่ายทั้งหมดประมาณ 75, 78 หรือ 85 บาท ผู้สอนควรแสดงการขึ้นขมว่าเป็นการประมาณที่ดี หรือถ้าใครประมาณเป็น 90 หรือ 100 บาท ก็ต้องอธิบายว่าเป็น

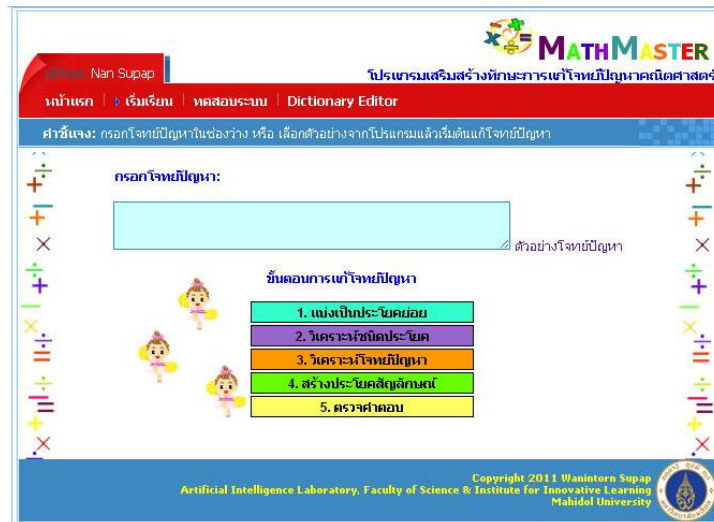
การประมาณค่าเกินจริง และแสดงให้เห็นคำตอบที่ถูกต้องจะช่วยให้ผู้เรียนคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2. การใช้สื่อเทคโนโลยี

การนำสื่อเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนของครูในยุคของการสื่อสารที่ไร้พรมแดนเช่นทุกวันนี้ เพื่อช่วยดึงดูดความสนใจ ความกระตือรือร้นของผู้เรียน และเป็นการพัฒนาอีกมิติหนึ่งของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้และเรียนรู้จากการสร้างเสริมประสบการณ์ฝึกฝนของตนเองอย่างต่อเนื่องจนเกิดทักษะและความรู้ความเข้าใจในสิ่งต่างๆ ปัจจุบันมีสื่อเทคโนโลยีหลายตัวที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ตั้งแต่อุปสรรคด้านภาษาก็มีโปรแกรมหรือแอปพลิเคชัน (application) ที่ช่วยให้ผู้เรียนที่อ่านหนังสือไม่แตกฉานหรือสับสนกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจภาษา ประโยคหรือสัญลักษณ์คณิตศาสตร์อันเป็นความสามารถเบื้องต้นของการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น โปรแกรม **i-math** หรือระบบอ่านออกเสียงภาษาคณิตศาสตร์ (Wongkha, Naruedomkul and Cercone, 2012) ซึ่งถูกออกแบบมาให้อ่านข้อความและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับสัญลักษณ์ และทำให้ผู้เรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการออกเสียงคณิตศาสตร์ สำหรับ

อุปสรรคทางด้านโมโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น **MATHMASTER** หรือระบบช่วยในการแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์ (Supap, Naruedomkul and Cercone, 2010) ที่ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจทั้งทางด้านภาษา ด้วยการมีตัวช่วยในการค้นหาคำศัพท์ที่ผู้เรียนยังไม่เข้าใจเพื่อเป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

และยังช่วยเสริมสร้างการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ผ่านการวิเคราะห์โครงสร้างประโยค สร้างประโยคสัญลักษณ์ แก่โจทย์ปัญหาและตรวจสอบคำตอบ ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่ออกแบบการแสดงผลให้ผู้เรียนสามารถฝึกปฏิบัติได้ด้วยตนเอง ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ภาพตัวอย่างของโปรแกรม MATHMASTER

นอกจากนี้ ผู้เรียนที่มีอุปสรรคปัญหาในการคำนวณหรือกระบวนการในการคำนวณ ก็มีโปรแกรม เช่น **Microsoft Mathematics** เป็นโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมาเพื่อการคิดคำนวณเลขด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่คณิตศาสตร์พื้นฐานจนถึงคณิตศาสตร์ขั้นสูงอย่างแคลคูลัส ซึ่งโปรแกรมตัวนี้จะแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาแบบเป็นขั้นเป็นตอน (Step-by-Step) อย่างละเอียด อีกตัวอย่างหนึ่งสำหรับช่วยในการตรวจสอบคำตอบ คือ **PhotoMath** เป็นแอปพลิเคชันในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ แก่สมการ บวก ลบ คูณ หหาร เศษส่วนและอื่นๆ ได้เพียงเวลาไม่กี่วินาทีสามารถใช้ได้ทั้งระดับประถม มัธยมหรือระดับมหาวิทยาลัยสำหรับเอาไว้ตรวจสอบคำตอบ ตรวจสอบโจทย์คณิตศาสตร์ด้วยวิธีการง่ายๆ โดย **PhotoMath** นี้จะช่วยสำหรับการคำนวณเลขคณิตคิดเร็วที่มีวิธีการใช้งานง่ายๆ เพียงแค่นำไปสแกนโจทย์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ในตำแหน่งที่ต้องการหาคำตอบก็สามารถทราบคำตอบได้ในทันที และที่สำคัญแอปพลิเคชันนี้ยังมีวิธีการแสดงการคิดคำตอบอย่างเป็นลำดับขั้นตอน (Step-by-Step) สำหรับคำตอบที่ได้มานั้นว่ามีที่มา มี

วิธีคิดอย่างไร เป็นแอปพลิเคชันที่มีประโยชน์สำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกทักษะการคิดหาคำตอบที่ใช้ได้ทุกที่ทุกเวลา

สรุป

การพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น จะต้องเน้นพัฒนาทั้งความรู้เกี่ยวกับภาษา (Language Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับโมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการ (Procedural Knowledge) เพราะผู้เรียนควรจะได้เรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างๆ อย่างมีความหมายอันเป็นรากฐานสำคัญของการที่จะทำให้ผู้เรียนมีทั้งทักษะการเรียนรู้และทักษะชีวิต ซึ่งผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการปลูกฝังความรู้ ทักษะและคุณลักษณะที่ดีต่างๆ ให้กับผู้เรียนซึ่งกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธี รวมไปถึงการใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหาที่ผู้เขียนได้นำเสนอมาดังกล่าวนี้ เป็นเพียงส่วนหนึ่งในแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นที่นิยมและเป็นพื้นฐานของการแก้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หรือสามารถนำไปใช้ร่วมกับวิธีสอนแบบอื่นๆได้ ซึ่งในการเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธี รวมไปถึงการใช้เทคโนโลยีในการแก้โจทย์ปัญหานั้นผู้สอนต้องตระหนักอยู่เสมอว่า แนวทางใดที่เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนและข้อบกพร่องหรืออุปสรรคที่ผู้เรียนกำลังประสบอยู่ และเพื่อให้ได้แนวทางที่เหมาะสมนั้น อาจจะต้องอาศัยทักษะและประสบการณ์ของผู้สอนเพื่อวิเคราะห์และวินิจฉัย

ข้อบกพร่องต่างๆ ของผู้เรียนด้วย และสิ่งหนึ่งที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันควรเน้น คือการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ที่เน้นการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อตอบโจทย์การประเมินในทุกระดับและจุดมุ่งหมายที่มุ่งไปในอนาคตมากกว่าการจำกัดอยู่กับการวัดและประเมินผลตามหลักสูตรที่ผู้เรียนได้เรียนในปัจจุบัน

เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. ที่มา <http://www.curriculum51.net>
- โครงการ PISA สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). *ตัวอย่างการประเมินผลนานาชาติ PISA: คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: สสวท.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- Adam, S., Ellis, L. C. & Beeson, B. F. (1997). Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach. New York: Harper & Row.
- Ahmad, A. (2008). A computer learning environment for fraction word problems based on cognitive-communicative model. Doctoral dissertation, University of Malaya, Malaysia.
- Cummins, D. D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction*, 8(3), 261-289.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, 77, 460-470.
- Jitendra, A. K., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical word problem solving in third grade classrooms. *Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
- Jonassen, D. H. (2003). Designing research-based instruction for story problems. *Educational Psychology Review*, 15(3), 267-295.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16, 36-45.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*. 87(1), 18-32.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
- Landi, M. A. (2001). Helping students with learning disabilities make sense of word problems. *Intervention in School & Clinic*, 37(1), 13-18.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. Reston. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An Analysis of Elementary School Students' Difficulties in Mathematical Problem Solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences: 5th World Conference on Educational Science*. 116, 3169–3174.
- Reed, S. K. (1999). *Word problems: research and curriculum reform*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Supap, W., Naruedomkul, K. & Cercone, N. (2010). Automatic learning guide for mathematical word problems. *The International Journal of Learning*, 17(11), 509-524.
- Tambychik, T. & Meerah, T. S. M. (2010). Students' difficulties in mathematics problems-solving: what do they say? *Procedia - Social and Behavioral Sciences: International conference on Mathematics Education Research 2010*. 8, 142-151.
- Wongkia, W., Naruedomkul, K. & Cercone, N. (2012). i-Math: Automatic Math Reader for Thai Blind and Visually Impaired Students. *Computers and Mathematics with Applications*. 64(6), 2128-2140.