

## ส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนตามแนวของบอยเลอร์

### SUPPORT MATHEMATICS TEACHING IN SCHOOL BASED ON BOALER'S PRINCIPLES

เปรมจิตต์ ขจรภัย ลาร์เซน<sup>1\*</sup>  
Premjit Kajonpai Larsen

#### บทคัดย่อ

การส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์ ผู้เขียนได้พิจารณาสิ่งที่เกี่ยวข้อง 6 ประการ ประการที่ 1 การเก่งคณิตศาสตร์ คืออะไร โดยพิจารณาภาวะจิต การเติบโตของเชาวน์ปัญญา 2 ประการ คือ สภาวะจิตคงที่ และสภาวะจิตที่เติบโต ผลกระทบสภาวะจิตต่อการเรียนการสอน การเก่งคณิตศาสตร์ มีหลายทาง ประการที่ 2 โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ดี เช่น การเข้าใจในหลักการ รู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำ ประการที่ 3 รับรู้สนับสนุนและประเมินการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ ครูต้องมีความรู้มากกว่าระดับชั้นที่ตนสอน ครูสอนตามความจำเป็นของนักเรียน นักเรียนเป็นศูนย์กลางและ ใช้เทคโนโลยีให้นักเรียนทำงาน ที่คัดเลือกไว้แล้ว ให้มีการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ มีโอกาสตั้งคำถาม นักเรียนคล่องแคล่วและเข้าใจในหลักการ ให้โอกาสครูได้พัฒนาวิชาชีพอย่างต่อเนื่อง ได้รับการสนับสนุนจากฝ่ายบริหาร โรงเรียนควรจัดตั้งชุมชนเพื่อพัฒนาวิชาชีพครู ประเมินการพัฒนาของครูตลอดเวลา ประการที่ 4 ผู้บริหารทำอะไรได้บ้าง 4.1) ก่อนจะทำอะไร ผู้บริหารต้องตรวจสอบโปรแกรมต่าง ๆ ในปัจจุบันมีเป้าหมายการเรียนการสอนที่เหมาะสมหรือไม่ โปรแกรมต้องมีคุณภาพสูง นักเรียนทุกคนมีโอกาสเป็นคนคณิตศาสตร์ และพิจารณาองค์ประกอบ 7 ประการ ที่จะเป็พื้นฐานของโปรแกรมที่เป็นไปได้ คือ เนื้อหา นิสัยจิต (Habits of Mind) ครู การเรียนการสอน การประเมินผล การประเมินครู สัมพันธ์ภายนอก 4.2) ข้อตกลงเกี่ยวกับเป้าหมาย จากผู้บริหาร ครูผู้ปกครองและนักเรียน 4.3) หลักฐานความสำเร็จมาจากหลายแหล่ง เช่น จากผล การสอบของนักเรียน จากองค์ประกอบ 7 ประการ ของโปรแกรมคณิตศาสตร์ และเพื่อพิจารณาความ สอดคล้องกับเป้าหมายและลำดับความสำคัญตามโปรแกรมหรือไม่ พิจารณาจาก งาน 8 อย่าง คือ งานประเมินผลการเรียนการสอน เนื้อหา สภาพจิตการวิวัฒนาการของเนื้อหา การตรวจสอบภูมิหลังของ ครูคณิตศาสตร์ สังเกตการสอนของครู การประเมินครู และงานการเรียนการสอนที่สัมพันธ์กับ ภายนอก พัฒนาตนเองอยู่เสมอโดยการเรียนต่อ หรือรวมกลุ่มพัฒนาวิชาชีพครู หรือเข้าร่วมการ พัฒนาการสอนกับเพื่อน หรือเรียนรายวิชาเพิ่มที่มหาวิทยาลัย ประการที่ 5 มีความคิดแล้วทำให้ เกิดผล มีข้อเสนอแนะที่จะช่วยแก้ปัญหาและสนับสนุนการเปลี่ยนแปลง ได้แก่ การลงทุนที่ครู ใช้ผู้เชี่ยวชาญของตน สร้างโอกาสให้ทำงานร่วมกัน คุ้มครองครู เข้าใจกระบวนการเปลี่ยนแปลง

<sup>1</sup>หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ภาษาอังกฤษ)

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ จังหวัดปทุมธานี

\*ผู้นิพนธ์ประสานงาน E-mail: premjit.larsen@gmail.com

คำนึงถึงเวลา ผู้มีส่วนได้ส่วนเสีย ช่วยเหลือตรงจุดและตรงเวลา โดยพิจารณาจากลักษณะ 7 ขั้นตอน ความสนใจ (Stage of Concern) ของ Hall กับ Hord ประการที่ 6 สิ่งที่เราควรเฝ้าระวัง คือ ไฟไหม้ฟาง แร่งต่อต้านจากครู แร่งต่อต้านจากผู้ปกครองหรือชุมชน และความโลเล

**คำสำคัญ:** การสอนคณิตศาสตร์

### ABSTRACT

To Support Mathematics teaching in school, the author considers six components. First, The good of mathematics is to consider a growth mindset of intelligence: for fixed mindset and growth mindset support teaching and learning. There are many ways to be smart in mathematics. Second, Good mathematics program: understands the concept of mathematics proficiency. Third, Recognize, support and evaluate quality mathematics learning and learning in general. Teacher is important, must have knowledge higher than the level of her/his teaching level, teaching to student needs, student centered, students have the opportunity to discuss, the role of technology, front line teacher support, administrative support and school established professional learning community and continuing teacher development all the time. Forth, What's working and what's not by administrator: a) Before doing something, administrator must check the current program on teaching and learning goals; high quality mathematics: students have the opportunity to be a mathematics person and consider the seven mathematics program components and the basic possibilities of the program: contents; habits of mind, teachers, teaching and learning, evaluation, teacher evaluation and outside school relations. b) Agreement on goals between administrator, teachers and parents. c) Evidence of success: from many sources such as the data on students , from the seven math components program which align goals and the program sequences and consider eight tasks: evaluation: teaching and learning: contents in mind development: teachers development in different ways: investigate teacher background: observe teacher teaching: evaluate teacher by administrator; and teaching related to outside school. Fifth, Move from ideas to results. School needs to suggest to help to solve problems and support changes such as inserted by teachers: rely on your school math experts: create opportunity for collaboration; protect your teachers: understand the change process by using the stage of concern seven steps by Hall and Hord. Sixth, What should I watch out for?: The fad due jour: resistance from teachers: resistance from parents or community: and yo-yo decision

## บทนำ

### นิยามศัพท์ การสอนคณิตศาสตร์ (Mathematics Teaching)

โลกที่นักเรียนของเราต้องเผชิญได้เปลี่ยนแปลงไปมาก แต่ธรรมชาติของโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพยังคงไม่ต่างกันมากนัก ผู้บริหารโรงเรียนสามารถสนับสนุนครูสอนคณิตศาสตร์ได้ทราบแนวทาง เช่น สนับสนุนโปรแกรมการสอนคณิตศาสตร์ ปัจจุบันที่มีทำที่ว่าจะประสบความสำเร็จ หรือเริ่มโครงการใหม่ หรือสนับสนุนครู การเตรียมนักเรียนเพื่อชีวิตอนาคตที่ดี ต้องการการคิดใหม่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องเก่าเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ก็ยังคงอยู่ เช่น คนบางคนไม่ชอบคณิตศาสตร์มองว่าเป็นเรื่องยาก บางคนเห็นว่าไม่จำเป็นแล้วเพราะเทคโนโลยีใหม่เข้ามาแทนที่บางคนอาจจะมองว่าพีชคณิตเรียนไปแล้วก็ไม่ได้ใช้ประโยชน์ บางคนเชื่อว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์เกิดมาพร้อมกับคน ทักษะด้านตัวเลขมีความสำคัญมากในการจัดกระทำข้อมูลอันมากมายในปัจจุบัน ดังนั้นการทบทวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ใหม่จึงเกิดความจำเป็น

1. เก่งคณิตศาสตร์คืออะไร (To the Good at Mathematics) ปัจจุบันยังไม่มีหลักฐานยืนยันว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับยีนทางคณิตศาสตร์ (Math Gene) คณิตศาสตร์มีหลายมิติ ดังนั้น จึงมีหลายวิธีที่จะเก่งคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีสติปัญญาระดับปานกลางสามารถเป็นคนเก่งคณิตศาสตร์ได้ ถ้าหากเราสอนเขาอย่างเหมาะสม

1.1 สภาวะจิตเติบโตของเขาวรรณปัญญา (A Growth With Mindset of Intelligence) Carol Dweck (2006) ได้กล่าวถึง สภาวะจิต (Mind Set) ไว้ 2 ประการ คือ สภาวะจิตคงที่ (Fixed mindset) เป็นมุมมองว่า เขาวรรณปัญญา เป็นปริมาณที่คงที่ของแต่ละบุคคลซึ่งกำกับโดยยีนของคนนั้น เกิดมาอย่างไรก็คงเป็นอย่างนั้นตลอดไป ยีนลักษณะคือ สภาวะจิตที่เติบโต (Growth Mindset) คือ สภาวะจิตของยีนของคนนั้นเป็นเพียงจุดเริ่มต้น ประสบการณ์ชีวิตและอิทธิพลหลากหลายจากครอบครัว สังคมและสื่อต่าง ๆ มีผลต่อความเก่ง (Smart) ของบุคคลสามารถสร้างการต่อปลายประสาทใหม่ได้ ซึ่งเป็นฐานของเขาวรรณปัญญาของคน (Dweck, 2006) เชื่อว่า สภาวะจิตของบุคคลมีผลกระทบต่อความสำเร็จในการเรียน ความสัมพันธ์กับมนุษย์ สถานที่ทำงานและชีวิตประจำวัน

1.2 ผลกระทบสภาวะจิตต่อการเรียนการสอน (The Impact of Mindset on Learning and Teaching) นักเรียนที่มีความเชื่อว่าสภาวะจิตของตนคงที่ก็จะเชื่อว่า ขณะนี้เขาเก่ง แค่นั้นต่อไปก็คงเก่งแค่นั้น ไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อโจทย์คณิตศาสตร์ยากก็จะคิดไม่ออกอาจจะคิดว่ามันยากเกินกว่าความสามารถของเขา ความไม่เต็มใจจะแก้โจทย์มีมากในเยาวชนทั่วไปและระบอบมากเริ่มตั้งแต่ประถมศึกษาจนกระทั่งมัธยมปลาย เป็นไปได้ทุกสาขาวิชา ทั้งนักเรียนเก่งและนักเรียนอ่อน

นักเรียนที่มีความเชื่อว่าสภาวะจิตเติบโต เจอโจทย์ยากก็จะคิดว่า คงต้องใช้เวลาคิดมากกว่านี้ สภาวะจิตเติบโตทำให้เขาเต็มใจแก้ปัญหาและพากเพียรจนกระทั่งพบคำตอบ

สภาวะจิตของครูก็เช่นกัน ถ้าหากครูคิดว่านักเรียนคงไปไม่ได้มากกว่านี้ ครูจะมีความคาดหวังต่ำ กำหนดแผนการสอนต่ำ ดังนั้นทั้งครูและนักเรียนควรปรับแนวความคิดสภาวะจิตเติบโต การเรียนรู้เกี่ยวกับธรรมชาติของเขาวรรณปัญญา อำนาจของสภาวะจิตเติบโต และการสอนนักเรียนเรื่องี่ควรเป็นส่วนหนึ่งของวิชาชีวศร การสอนนักเรียนเกี่ยวกับเขาวรรณปัญญา การเรียนรู้และการวิจัยเกี่ยวกับสมองสามารถทำได้ (Boaler, 2015) เขาวรรณปัญญาเกิดผลกระทบจาก

---

ประสบการณ์ การทำผิดเป็นเรื่องปกติและเป็นองค์ประกอบของการเรียนรู้และการเติบโตของเยาวชน  
ปัญญา

1.3 เก่งคณิตศาสตร์ (Being smart in math) คนมักจะเข้าใจผิดว่าคนที่คำนวณเร็ว  
และแม่นยำเป็นคนเก่งคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์มีหลายสาขาคณิตศาสตร์ได้หลายทาง  
นักเรียนบางคนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข ปริมาณและวัตถุ บางคนอาจจะเป็นนัก  
แก้ปัญหาที่สร้างสรรค์ มองเห็นทางแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย บางคนอาจจะเกิดการมองเห็นภาพ  
ความสัมพันธ์หรือปัญหา หรือปริมาณจากสภาพหนึ่งไปเป็นอีกสภาพหนึ่ง เป็นจากกราฟเป็นตาราง  
จากสมการไปเป็นกราฟ จากโจทย์ตัวเลขเป็นโมเดลภาพ เป็นต้น นักเรียนเหล่านี้และทุกคนควรมี  
โอกาสเข้าถึงคณิตศาสตร์จากหลายทางและประสบความสำเร็จในคณิตศาสตร์ โปรแกรมคณิตศาสตร์  
ที่ครอบคลุมจะส่งเสริมนักเรียนเก่งทุกรูปแบบและขยายพลังของตนเข้าสู่มิติต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

2. โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ดี (Good Mathematics Program) นิยามศัพท์ความเชี่ยวชาญ  
ทางคณิตศาสตร์ โดยสภาวิจัยแห่งชาติ (National Research Council) ประกอบด้วย 5 ปัจจัย  
(1) ความเข้าใจในหลักการ (2) การคำนวณ ตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างแม่นยำ มี  
ประสิทธิภาพและยืดหยุ่น (3) นำไปใช้ โดยใช้คณิตศาสตร์ในการกำหนดและแก้ปัญหา (4) การให้เหตุผล  
อธิบายและพิสูจน์โดยใช้ตรรกะ (5) ใส่ใจในคณิตศาสตร์ (Engaging) เห็นความสำคัญ มีประโยชน์  
ทำได้ และเต็มใจทำงานด้านคณิตศาสตร์ โรงเรียนจึงควรสอนนักเรียนทั้ง 5 ปัจจัยนี้เพื่อเตรียมพวก  
เขาใช้คณิตศาสตร์ในอนาคต

2.1 เสาหลักของโปรแกรมคณิตศาสตร์ (The Building Block the Math Program)  
การสอบวิชาคณิตศาสตร์หลายปีมาแล้ว รายงานผลการสอบออกมาเป็น 3 เสาหลัก หรือประเภท  
ได้แก่ ความคิดหรือหลักการ การคำนวณ และการแก้ปัญหา ปัจจุบันแม้จะคิดการอ่านวิธีคณิตศาสตร์  
และผลงาน แต่ละลำดับความสำคัญ (Seniority) ก็ยังคงเดิมจากศตวรรษที่ 20 นักเรียนต้องเข้าใจ  
หลักการ การคำนวณและการแก้ปัญหาจึงจะเป็นนักคณิตศาสตร์ที่ดีได้

1) หลักการ นักเรียนต้องเข้าใจตัวเลข การดำเนินการ มองเห็นและวิเคราะห์  
ความสัมพันธ์ของวัตถุและปริมาณ สังเกตและสรุปจากรูปแบบ เป็นการเข้าใจหลักการที่นักเรียน  
ต้องการ

2) การคำนวณ ปัจจุบันมีเทคโนโลยี นักเรียนก็จำเป็นต้องรู้ข้อเท็จจริงและสามารถ  
คำนวณได้ แต่ไม่จำเป็นต้องเท่าสมัยก่อน คณิตศาสตร์ในใจรวมทั้งการวิจัยข้อมูล มีความสำคัญ  
มากกว่าเดิม ถ้าการคูณหรือหารผลนักเรียนจำสูตรการคูณไม่ได้คงจะเป็นปัญหามาก แต่เครื่องมือ  
ปัจจุบันทำให้เราไม่ต้องจำมาถึงเพียงนั้นด้วยกระดาษและดินสอ แต่ควรเข้าใจกระบวนการเป็น  
อย่างไร

3) การแก้ปัญหา นักเรียนเก่งในหลักการและการดำเนินการคงจะทำอะไรไม่ได้มาก  
ถ้าหากไม่สามารถแก้ปัญหาได้ รวมทั้งปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

ทั้ง 3 ปัจจัยที่กล่าวแล้วเกี่ยวพันกันและสนับสนุนกัน ถ้าโปรแกรมคณิตศาสตร์  
ขาดปัจจัยใดใน 3 ประเภทนี้จะเป็นโปรแกรมที่ดีและมีประโยชน์ไม่ได้ในอนาคต การเรียนการสอน  
ดังนั้น โรงเรียนจึงควรสอนทั้ง 3 ปัจจัยอย่างสมดุลกัน

---

2.2 พัฒนาความคล่องในโลกเทคโนโลยี (Developing Fluency in Technological World) มาตรฐานหลักสูตรหลายแห่งกำหนดให้นักเรียนมีความคล่องในเรื่องความจำ (Recall) และคำนวณ ความคล่องในที่นี้ไม่ใช่ความสามารถในการทำข้อสอบกำหนดเวลาเกี่ยวกับการคำนวณและความจำ ความคล่องในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความแม่นยำ ประสิทธิภาพ และความยืดหยุ่นในการให้ข้อเท็จจริงและวิธีการโดยไม่ต้องใช้กระบวนการคิดออกมา ความคล่องอาศัยการเข้าใจหลักการและความรู้กว้างและวิธีในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น  $6 \times 12$  ก็ตอบทันที 72 ไม่ต้องแยกเป็น  $[6 \times 10] + [6 \times 2] = 72$  เป้าหมายการพัฒนาความคล่อง ก็ไม่ควรให้การคำนวณมาขวางทางที่จะก้าวต่อไปเพราะเครื่องคำนวณมีให้ใช้อยู่แล้ว การใช้เครื่องคำนวณอาจจะช่วยแก้ปัญหาการคิดบ้างก็ได้

2.3 ความเข้าใจผิดจากการทดสอบกำหนดเวลา (The Allure of Timed test) ผู้บริหารโรงเรียนไม่ควรคิดว่าการพัฒนาการสอนต้องเริ่มต้นจากความจำและการคำนวณเป็นเลิศ เพราะความกดดันด้านเวลาจะก่อให้เกิดผลเสียต่อเป้าหมาย การทดสอบโดยใช้เวลาบังคับมีผลเสียต่อนักเรียนบางคนและยังเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องด้วย (Seeley, 2016) นักเรียนหลายคนเกิดทัศนคติเชิงลบต่อวิชาคณิตศาสตร์และต่อความสามารถตนเองทางคณิตศาสตร์ เนื่องมาจากการทดสอบวัดความเร็วเช่นนั้นผู้บริหารต้องคอยแนะนำให้ครูมองคณิตศาสตร์ในวงกว้างและเข้าใจครูว่าความคล่องทางคณิตศาสตร์คืออะไร

2.4 ความเชื่อมโยงสายคณิตศาสตร์ (The Threads that Connect Pieced) ผลลัพธ์ของการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นว่านักเรียนสามารถคิดเป็นคณิตศาสตร์ ความสามารถเชื่อมคณิตศาสตร์ที่ตนรู้กับคณิตศาสตร์ที่น่าจะเป็นประโยชน์ในแต่ละสถานการณ์จำเป็นต้องมีสภาวะจิตคณิตศาสตร์ (Mathematical of Mind) ทั้งครูและนักเรียนต้องสามารถเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวพันกันอย่างไร สังเกตและสรุปรูปแบบ เข้าใจตรรกะ การให้เหตุผลและโครงสร้างเบื้องหลังที่ทำให้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ล้ำเลิศ ต้องรู้ว่าคณิตศาสตร์มีเหตุผล (Make Sense) และทุกสิ่งที่ทำเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีเหตุผลด้วย การให้ค้นให้ลึกและตั้งคำถาม เมื่อมีอะไรสักอย่างในคณิตศาสตร์ดูไม่มีเหตุผล (Seeley, 2016)

2.5 สิ่งสำคัญอื่น ๆ (What Else is Important) สถานการณ์การทำงานบางประการที่นักเรียนของเราจะทำในวันข้างหน้า ปัจจุบันยังไม่เกิดขึ้นหลายประการ ถ้าหากเราต้องการให้นักเรียนของเรามีความพร้อมอย่างเพียงพอสำหรับอนาคตพวกเขาต้องมีทักษะทางความคิดที่เข้มข้น (Robust) และความสามารถที่ไกลกว่าหลักการและทักษะทางคณิตศาสตร์ปัจจุบัน ดังนั้นทักษะที่พวกเขาควรมีเพื่อเรียนต่อหรือทำงาน คือความสามารถในการให้เหตุผล รวบรวมข้อมูล เพื่อสนับสนุนความคิดเห็น ตีความข้อมูล สร้างความคิดใหม่ ทำงานร่วมกับเพื่อน แบ่งปันความคิด และการสื่อสารกับคนอื่นว่าเขาคิดอย่างไร ใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสมเต็มใจแก้ปัญหาและเพียรพยายามทำงานที่ตนไม่เคยพบเห็นมาก่อน ทักษะเหล่านี้ควรปรากฏอยู่ในโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ

2.6 เกี่ยวกับมัธยมปลาย (About High School) มาตรฐานคณิตศาสตร์ระดับมัธยมปลาย เช่น พีชคณิต I, II และเรขาคณิต มีเนื้อหาอัดแน่นบางอย่างดูไม่จำเป็นและเกี่ยวพันกับนักเรียนส่วนมาก ยกเว้นบางรายการเนื้อหาส่วนมากเปลี่ยนแปลงปัจจัยมากโปรแกรมได้นำหัวข้อสำคัญมาเสนอเป็นสถิติ และ Mathematical Modeling การเรียนการสอนยังมุ่งเน้นกฎและกระบวนการที่เป็นนามธรรม ทำให้เวลาสอนหัวข้อที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียนส่วนมากน้อยลง

บางโรงเรียนเปลี่ยนมาเป็นคณิตศาสตร์บูรณาการ สำหรับมัธยมปลายโดยการรวมเอาเนื้อหาจากหลายสายคณิตศาสตร์เข้ามาบูรณาการ เช่น พีชคณิต เรขาคณิต สถิติ การเงิน คณิตศาสตร์เฉพาะ และ เน้นเฉพาะทักษะแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่นและครอบคลุมและใช้คณิตศาสตร์เป็นโมเดลสถานการณ์จริง การรวมเนื้อหาเข้าด้วยกันมิได้หมายความว่า รายวิชานั้นออกแบบไว้ดีแล้ว รายวิชาควรถูกสร้างให้ หัวข้อที่พัฒนา การเชื่อมโยงกันตลอดปีและพิจารณาว่าแต่ละสายของคณิตศาสตร์นำมาใช้ร่วมกันเพื่อเกิดความเข้าใจมากขึ้นและพัฒนาเนื้อหารวมให้มีอิทธิพลมากขึ้น มากกว่าที่เรียนแต่ละรายวิชาพร้อมกัน

ขณะนี้ยังไม่มีกระทรวงศึกษาธิการของรัฐใดในสหรัฐอเมริกา ตกลงได้ว่าเนื้อหาอะไรบ้างควรบูรณาการเข้าด้วยกันเป็นหลักสูตรคณิตศาสตร์มัธยมปลายแต่ละปี ครูผู้สอนจะทำได้เพียงสอนต่อโดยให้โอกาสนักเรียนทุกคนได้เรียนสิ่งที่มีประโยชน์ ท้าทายและเกี่ยวพันไม่ว่ารายวิชานั้นจะซ้ำซ้ำอย่างไร

3. รับรู้ สนับสนุนและประเมินการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ (Recognize, Support and Evaluation Math Learning) ไม่สำคัญว่าเนื้อหาโปรแกรมหรือนวัตกรรมที่โรงเรียนนำมาใช้จะเป็นอย่างไร สิ่งสำคัญคือการประสานสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน

3.1 ความสำคัญของครู (The Importance of Teacher) ครูสอนคณิตศาสตร์ต้องมีความรู้มากกว่าระดับชั้นที่ตนสอน ครูสอนมัธยมต้องมีความรู้คณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา ครูสอบระดับประถมศึกษาต้องมีความรู้คณิตศาสตร์เพียงพอที่จะช่วยให้เข้าใจพื้นฐานระบบตัวเลข รวมทั้งภาคปฏิบัติการ การวัดและเรขาคณิต รวมทั้งการให้เหตุผลเชิงสถิติ และพีชคณิตพื้นฐาน และครูคณิตศาสตร์ทุกคนต้องเข้าใจวิกฤตเป็นสัดส่วนและความเท่าเทียม

ผู้บริหารต้องดูแลให้ครูทุกคนเก่งคณิตศาสตร์ สอนคณิตศาสตร์ถ้าหากไม่สามารถจะทำได้หรือฝึกได้ก็ควรจัดเป็นภาควิชาคณิตศาสตร์เข้ามาสอน ครูสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับตั้งแต่อนุบาลจนกระทั่งมัธยมปลายต้องได้รับการฝึกมาอย่างดีทั้งเนื้อหาและวิธีสอน ปัจจุบันนักเรียนรับแนวความคิดที่ไม่ถูกต้องในระดับประถมมาให้ครูมัธยมปลายแก้ บางครั้งก็อาจจะสายเกินไปหรือเกิดทัศนคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์จนแก้ไม่ไหว

3.2 สอนตามความจำเป็นของนักเรียน (The Teaching of Student Need) ครูคณิตศาสตร์ต้องมีประสิทธิภาพในการสอน รู้วิธีเลือกงานที่มีค่า มีประโยชน์ที่เหนือระดับความรู้ความสามารถปัจจุบันของนักเรียนบ้างเล็กน้อย มากกว่าที่คิดว่าตนทำได้จะทำให้การเรียนมีความหมาย ทำงานได้บรรลุผลลัพธ์ รู้วิธีจัดการอภิปรายตามความคิดของนักเรียนและสร้างความเข้าใจ ที่ดีกว่าเดิมจากการใจผิดของนักเรียน รู้วิธีประเมินผลระหว่างเรียน เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนและเข้าช่วยหรือตรวจจุดและเวลาที่เหมาะสม วิธีการสอนคณิตศาสตร์ต่างจากวิธีสอนวิชาอื่น กลวิธีการสอนที่ดีสำหรับวิชาอื่นไม่สามารถช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คล่องแคล่วเสมอไป

การสอนคณิตศาสตร์ปัจจุบันควรให้นักเรียนอภิปรายการแก้ปัญหามากกว่าใช้การสอนแบบครูเป็นศูนย์กลาง ครูหลายคนยังคงใช้วิธีบอกนักเรียนให้จำและนำในการทำแบบฝึกหัดเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาบางประการครูควรใช้วิธีการอภิปรายปัญหาของนักเรียนเป็นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องการ

3.3 บทบาทของเทคโนโลยีในการสอน (The Role of Technology in Teaching) คอมพิวเตอร์ เครื่องคิดเลขและเครื่องมืออื่น ๆ สามารถใช้ในการส่งเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ แต่จะมาแทนครูไม่ได้ การอภิปรายเพื่อช่วยให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาเกิดขึ้นไม่ได้โดยปราศจากครูที่มีความชำนาญ ถ้าหากงบประมาณจำกัด โรงเรียนควรลงทุนจ้างครูเก่ง หรือพัฒนาความรู้และทักษะครูปัจจุบันมากกว่าซื้อเครื่องคอมพิวเตอร์

3.4 สิ่งที่ต้องการ (What to Look for) ห้องเรียนที่เน้นพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนมีความชำนาญ มักจะมีลักษณะที่คล้ายกันดังต่อไปนี้

- 1) จัดทำบทเรียนโดยมีงาน ที่คิดแล้วเป็นแนวทาง ซึ่งมีเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่คุ้มค่า ทักทายนักเรียน และสนับสนุนความพยายามที่มุ่งสู่การเรียนรู้ที่มีความหมาย
- 2) สนับสนุนการอภิปรายคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- 3) คำถามที่ออกแบบไว้ดีที่สามารถทำให้นักเรียนคิด
- 4) ตั้งใจสร้างความแคล่วคล่องในการเข้าใจหลักการ
- 5) มีความเกี่ยวพันที่เห็นได้ชัดเจนระหว่างกิจกรรมของบทเรียนและกิจกรรมการเรียนรู้ที่ตั้งใจจะเกิดขึ้น

การเรียนการสอนควรมีลักษณะ บนลงล่าง คือ การเปลี่ยนจากรูปแบบการสอน I-We-You model นั่นคือ ครู (I) อธิบาย, (We) ครูและนักเรียน ทำงานร่วมกันโดยการฝึกปฏิบัติแล้ว ก็ (You) นักเรียนทำงานด้วยตนเอง มาเป็นรูปแบบ You-We-I model คือ (You) นักเรียนพยายามแก้ปัญหา (We) ครูและนักเรียนอภิปรายงานที่นักเรียนทำ และ (I) ครูดูให้แน่ใจว่านักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ กระบวนการสอนแบบ I-We-You บางครั้งเรียกว่า Gradual Reduce of Responsibility โดยใช้สอนบางรายวิชาได้ผลดี เช่น การอ่าน แต่ไม่ได้ผลดีสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องพัฒนาทักษะการคิดและความสามารถในการแก้ปัญหา

3.5 โอกาสการพัฒนาวิชาชีพ (Professional Learning Opportunity) การสอนวิธีนี้ต้องการครูที่มีภูมิหลังทางคณิตศาสตร์อย่างลึก ครูต้องมีความรู้พอที่จะจัดการกับแนวความคิดที่ไม่คาดหวัง และวิธีการของนักเรียนที่แสดงออกถึงความเข้าใจผิดในหลักการก่อนจะกลายเป็นวินัย ครูจะมีภูมิหลังและประสบการณ์อย่างไรก็ตาม ครูทุกคนจะได้ประโยชน์จากการพัฒนาวิชาชีพครูอย่างต่อเนื่อง เพื่อรองรับการสอนและเพิ่มความเข้าใจคณิตศาสตร์ให้มากยิ่งขึ้น

การพัฒนาครูโดยให้ครูคณิตศาสตร์จากหลายระดับชั้นเรียนมาพัฒนาร่วมกัน หรือทำเรื่องหัวข้อเดียวกัน เช่น สัดส่วน เพราะหัวข้อนี้พัฒนามาตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนกระทั่งมัธยมปลาย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจหัวข้อนี้มากยิ่งขึ้น ครูระดับประถมก็จะมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เดินไปทางไหน และครูระดับมัธยมก็จะเห็นว่า ฐานของหัวข้อนี้มีความซ้อนกันมาอย่างไรจนมาเป็นสมการเส้นตรง วิธีการเช่นนี้อาจจะใช้กับหัวข้อ Distributive Property หรือ Nature and Representation of Equivalence ก็ได้

3.6 การสนับสนุนของฝ่ายบริการ (Administrative Support) ถ้าหากผู้บริหารโรงเรียน ถูกตัดครองและพัฒนามาจากครูสอนเก่า การสนับสนุนการสอนก็ไม่ใช่ว่าปัญหาการช่วยให้ครูขยายความรู้ในเนื้อหา และวิธีการสอนเป็นเรื่องสำคัญ ผู้บริหารควรตรวจสอบนโยบายที่ออกมาว่ามีผลกระทบต่อการสอนคณิตศาสตร์อย่างไร นโยบายที่หวังดีบางรายการอาจจะเป็นตัวขัดต่อกิจกรรม

---

ที่ครูทำสิ่งดี เพื่อนักเรียนก็ได้ เช่น การสอนตามตารางเวลากำหนด การสอนจากตำรา หรือสอนให้จับตามหลักสูตร ทำให้ครูขาดความยืดหยุ่นในการสอนแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้บริหารควรอนุญาตให้ครูสอนให้จบอย่างน้อยที่สุดหลักการและทักษะที่มีความสำคัญสำหรับวิชาหรือระดับชั้น ครูสอนคณิตศาสตร์ควรร่วมกันพิจารณาว่าเนื้อหาใดและทักษะใดควรสอนระดับใด และลำดับความสำคัญของหลักการและทักษะที่ต้องสอนด้วย ถ้าทำไม่ได้บางรายการก็ควรสื่อต่อให้ครูระดับถัดไปปรับไปพิจารณา การเร่งรีบสอนให้ครบตามหลักฐาน ทำให้เกิดการเรียนแบบตื่นไม่อยู่ได้นาน และไม่ช่วยนักเรียนแก้ปัญหาที่ซับซ้อนที่พวกเขาจะเจริญในอนาคตได้ จะเป็นปัญหาการเรียนการสอนในระดับสูงขึ้นไป หรือชีวิตของงานนอกโรงเรียน

การปฏิบัติหรือนโยบายใด ๆ ผู้บริหารควรพิจารณาผลดี/ผลเสีย ผลที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนหรือไม่ และคุ้มค่าต่อเวลา และพลังงานที่ลงไปหรือไม่

3.7 การสนับสนุนครู (Front line support) ถ้าหากโรงเรียนสามารถหาผู้เชี่ยวชาญหรือครูฝึกด้านคณิตศาสตร์มาประจำโรงเรียนได้ก็จะดีมาก ผู้เชี่ยวชาญทำการช่วยเหลือครูเป็นรายบุคคล เช่น สอนร่วม สาธิตการสอน สังเกตการสอน เป็นที่ปรึกษา หรือทำงานร่วมกับครูเพื่อบรรลุเป้าหมาย (Hall & Hord, 2014)

โรงเรียนควรจัดตั้งชุมชนพัฒนาวิชาชีพครู ขึ้นในโรงเรียน ทำโดยหัวหน้าสายคณิตศาสตร์ หรือครูอาวุโสเก่งคณิตศาสตร์ มีหน้าที่วางแผนการสอน ออกข้อสอบ สังเกตการสอน และแก้ปัญหาการสอนร่วมกัน บางครั้ง PLC ก็ไปไม่สวยกลายเป็นการประชุมรับประทานครว้างกันเท่านั้น ถ้าใช้ให้ดีก็จะเป็นเครื่องมือยกระดับคุณภาพการสอนคณิตศาสตร์ และเรียนคณิตศาสตร์ตลอดโรงเรียน

3.8 การประเมินการสอนคณิตศาสตร์ (Evaluation of Mathematics Teaching) การประเมินครูเป็นกระบวนการต่อเนื่องและวิวัฒนาการ โรงเรียนจะใช้เกณฑ์ไหน กระบวนการใด เครื่องมืออะไร ต้องมีผลเป็นการรับรู้และรางวัลการสอนที่สร้างความเชี่ยวชาญแก่นักเรียน เรื่องนี้หมายความว่าโรงเรียนต้องตั้งความหวังสำหรับครูไว้สูงด้านความรู้ วิธีสอน รวมทั้งทักษะการจัดการอภิปรายในห้องเรียน ถามคำถามให้นักเรียนคิด ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียนและให้พวกเขามีความพร้อมแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย

ผู้ประเมินเป็นผู้บริหารที่ทำการสังเกตการสอนครูควรทำงานร่วมกับครู เพื่อกำหนดเป้าหมายการสอนล่วงหน้า และทบทวนกับครูหลังการสอน วิธีการที่ช่วยให้ครูเป็นหุ้นส่วนในการประเมิน เสริมแรงการพัฒนาวิธีขึ้นและสามารถใช้ข้อมูลจากการสังเกตให้เกิดประโยชน์สูงสุด ในการประเมินและพัฒนาการเรียนการสอน

4. ผู้บริหารทำอะไรได้บ้าง (What's working and what's not?) ก่อนที่ผู้บริหารจะตัดสินใจว่าจะทำอะไร ระดับไหน เพื่อสนับสนุนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้บริหารควรตรวจโปรแกรมต่าง ๆ ที่ทำในปัจจุบันว่า มีเป้าหมายการเรียนการสอนที่เหมาะสมหรือไม่ และประสบผลสำเร็จมากแค่ไหน

4.1 องค์ประกอบของโปรแกรมคณิตศาสตร์คุณภาพสูง (Components of a High Quality Math Program) โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพไม่จำเป็นต้องมีรายละเอียด

---

เหมือนกันเสมอไป เช่นเนื้อหาและชั่วโมงการสอน แต่โดยทั่วไปจะมีวัฒนธรรมคณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน เช่น มองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญต่อชีวิตในอนาคตของนักเรียน ชื่นชมความสำเร็จในการเรียน การสอนคณิตศาสตร์และโปรแกรมสอนนักเรียนทุกคน นักเรียนทุกคนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ ที่ท้าทาย มีประโยชน์ นำเรียน โดยไม่เอาภูมิหลังของนักเรียนมาเกี่ยวข้อง เช่น เรียนภาษาอังกฤษ เป็นภาษาที่สอง นักเรียนทุกคนมีโอกาสเป็นคนคณิตศาสตร์ (Math Person) องค์กรประกอบ 7 ประการ ต่อไปนี้จะเป็นฐานในการพิจารณาว่าอะไรทำได้ และอะไรต้องปรับปรุงในโปรแกรมคณิตศาสตร์ ของโรงเรียน

1) เนื้อหา (Content) เนื้อหาเป็นแบบผสมระหว่างการค้าคำนวณ (Commutation) หลักการ และการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนทุกคน

2) นิสัยจิต (Habits of Mind) โปรแกรมเน้นการคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการ ซึ่งมีจุดสนใจที่เรียนรู้การคิดแบบคณิตศาสตร์และเข้าใจความสำคัญในทุกเรื่องที่ทำ

3) ครู (Teachers) ครูเป็นนักวิชาชีพผู้ช่วยคณิตศาสตร์และรู้คณิตศาสตร์อย่างลึก มีกระบวนการช่วยให้ครูกำลังไตร่ตรองการสอนของตนพัฒนาตนเองให้เป็นผู้เชี่ยวชาญในคณิตศาสตร์ โรงเรียน และผู้สอนที่มีประสิทธิภาพ

4) การเรียนการสอน (Teaching and Learning) นักเรียนทุกคนมีโอกาสเรียน หนักกับปัญหาที่สนใจ ในขณะที่อภิปรายให้เหตุผล และตั้งข้อสงสัยเกี่ยวกับงานของตนและของเพื่อน และเรียนรู้จากข้อบกพร่องเพื่อพัฒนาตนเองให้เป็นคนคล่องแคล่วคณิตศาสตร์

5) ประเมินผล (Assessment) ครูใช้กลวิธีการประเมินผลระหว่างเรียนที่มี ประสิทธิภาพ เพื่อติดตามและช่วยนักเรียนพัฒนาการเรียนของตนทุกวัน และกลวิธีการประเมินผล สั้นภาคเรียนเป็นส่วนเสริมการสอนมากกว่าเสียเวลาสอน โดยมีจุดเน้นเดิมที่เป้าหมาย ลำดับ ความสำคัญ และคุณค่าของโปรแกรม

6) การประเมินครู (Teacher Evaluation) ผู้บริหารใช้ระบบวิธีการประเมินครู หลายมิติ และตอบแทนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคล่องแคล่วในฐานะนักคิดทาง คณิตศาสตร์ แม้ว่ากลวิธีการสอนนั้นจะแตกต่างจากการสอนวิชาอื่น ๆ

7) สัมพันธ์ภายนอก (Outside relation) ผู้บริหารและครูต้องนำชุมชนเข้ามา เกี่ยวข้องกับโปรแกรมคณิตศาสตร์ ทั้งระดับครอบครัว และชุมชนในวงกว้าง โดยการเข้ามามีส่วนร่วม หรือทำงานร่วมกัน เพื่อพิจารณา วัตถุประสงค์ ข้อตกลงเบื้องต้น (Assumptions) และผลที่ต้องการ ของโปรแกรม พร้อมข้อเสนอแนะว่าชุมชนและครอบครัวควรช่วยนักเรียนให้เป็นนักคิดคณิตศาสตร์ ที่มีความคล่องแคล่วได้อย่างไร

4.2 ข้อตกลงเกี่ยวกับเป้าหมาย (Agreement on Goals) จุดเริ่มต้นโปรแกรมใด ๆ ก็ คือ การร่วมกันกำหนดเป้าหมายรวม (Broad Goal) งานนี้ต้องการครู ผู้บริหาร และอาจจะรวม ผู้เกี่ยวข้องด้วย เช่น ผู้ปกครอง นักเรียน และหรือนักเรียนที่เพิ่งสำเร็จ ทุกคนอาจจะเริ่มต้นด้วยการ บรรยายข้อความว่า คณิตศาสตร์ประเภทไหนที่นักเรียนควรรู้ และสามารถทำได้เมื่อจบมัธยมปลาย มาเพียง 1 ประโยคที่ตนเห็นว่าสำคัญที่สุด ไม่ใช่บรรยายหลายข้อหลายรายการ เสร็จแล้วจับกลุ่ม 2-5 คน ร่วมพิจารณาสร้างจุดสำคัญของความคิดของกลุ่ม แล้วขยายเป็นกลุ่มใหญ่เพื่อหาแนวคิดรวม ระดับชั้นเรียน แผนก หรือโรงเรียน โดยไม่ลืมนึกถึงความคล่องแคล่วของผู้จบมัธยมปลาย

---

กระบวนการหาข้อสรุปเป้าหมายระยะยาวอาจจะเป็นจุดเริ่มต้นอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่ยังเป็นปัญหา  
อยู่ได้ ครูแต่ละระดับชั้นเรียนหรือรายวิชาควรอภิปรายว่าจากภาพรวมวัตถุประสงค์หลัก ที่ควรจะเป็น  
งานของตน

4.3 หลักฐานของความสำเร็จ (Evidence of Success) หลักฐานความสำเร็จของ  
โปรแกรมควรค่าจากหลายแหล่ง เช่น ผลการสอบ เนื้อหาที่นำมาสอน วิธีสอน วิธีประเมิน และบริบท  
การดำเนินโปรแกรม ข้อมูลจากองค์ประกอบ 7 ประการ ของโปรแกรมคณิตศาสตร์ จะทำให้ครูและ  
ผู้บริหารมองเห็นภาพรวมของโปรแกรมได้ดียิ่งขึ้น

1) ข้อมูลการเรียนรู้ของนักเรียน (Data on Student Learning) จุดเริ่มต้น  
ควรเป็นผลทดสอบของนักเรียน ข้อสอบส่วนมากมีขีดจำกัด เช่น คำตอบเดียวและขยายตัวเลือก  
ไม่สามารถตอบความเข้าใจหลักการ หรือการแก้ปัญหาจริงได้ ในระยะหลังนิยมใช้แบบทดสอบที่ขยาย  
ขอบข่ายของงานสอบใช้หลายมาตรฐาน และตัวคำถามที่มีเป้าหมาย ทักษะการปฏิบัติและการคิด  
คณิตศาสตร์ แต่ข้อสอบประเภทนี้ยังไม่มีใครแพร่หลาย ปัจจุบันจึงควรพิจารณาว่าข้อสอบนั้นสอดคล้อง  
กับเป้าหมายและลำดับความสำคัญตามโปรแกรมหรือไม่ ตามงานต่อไปนี้ (Task)

งานที่ 1 (Task 1) การประเมินผล พิจารณาว่าข้อสอบรับผิดชอบต่อการประเมิน  
การคิดเชิงคณิตศาสตร์ แก้ปัญหาคำถามปลายเปิดอย่างลึกซึ้ง กระบวนการและการปฏิบัติทาง  
คณิตศาสตร์ และมีความเชื่อมโยงทุกหัวข้อ และทักษะทางคณิตศาสตร์หรือไม่

นอกจากผลทดสอบของนักเรียนแล้ว ข้อมูลต่อไปนี้ควรนำมาพิจารณาด้วย  
ได้แก่ อัตราการเรียนจบ แนวโน้มของการเรียนจบ ผลการสอบปลายปี บันทึกการประเมินระหว่างเรียน  
และการทดสอบแต่ละครั้งแยกเป็นประเภท เช่น เข้าใจเนื้อหา รู้หลักการ และการปฏิบัติ รวมทั้งแฟ้ม  
การเรียน และลักษณะเฉพาะของโรงเรียน

งานที่ 2 (Task 2) การเรียนการสอน การประเมิน หลักฐานการเรียนรู้ของ  
นักเรียนอะไรบ้างจะนำมาพิจารณา ถ้าเป็นไปได้ก็มียุทธศาสตร์ความสามารถของนักเรียนที่สามารถ  
เชื่อมโยงหัวข้อต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาอย่างลึก หรือปัญหาที่ขยายขอบเขต

เมื่อรวบรวมข้อมูลได้แล้วควรแยกข้อมูลแสดงผลสอบตามลักษณะของนักเรียนแต่ละ  
กลุ่ม เช่น เชื้อชาติ ฐานะทางเศรษฐกิจและสังคม ถ้าหากมีกลุ่มใดมีผลงานต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของทั้ง  
โรงเรียนอย่างมีนัยสำคัญ ก็ควรตรวจสอบว่านักเรียนกลุ่มนี้มีโอกาสเท่าเทียมกับกลุ่มอื่นหรือไม่ หรือ  
อาจจะหมายถึงใครสร้างการบริหารวิชาการโรงเรียนเป็นปัญหา เช่น การแบ่งสาย การเรียนแยกกลุ่ม  
ทางโรงเรียนจะจัดกลุ่ม/ชั้นเรียนใหม่ ถ้าหากผลทดสอบปลายปีต่างกันมาก การมีชั้นเรียนรวม  
นักเรียนทุกระดับมีความจำเป็นต่อนักเรียนที่จะเรียนเต็มความสามารถได้ทุกคน

2) ข้อมูลโครงสร้างโปรแกรม (Data on Program Structure) ผู้บริหารควรดูเนื้อหา  
และการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์ ตามที่กำหนดโดยมาตรฐานหลักสูตร แผนการสอน และการปฏิบัติ  
ในห้องเรียน

งานที่ 3 (Task 3) เนื้อหา สภาพจิต การวิวัฒนาการของเนื้อหา เรียงลำดับตาม  
ชั้นเรียน ตามที่กำหนดโดยมาตรฐาน และเอกสาร หลักสูตร เนื้อหาสร้างความสมดุลระหว่าง หลักการ  
การคำนวณ และการแก้ปัญหาหรือไม่ การปฏิบัติและการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างไร กำหนด

ลำดับความสำคัญของหัวข้อ หรือไม่ แต่ละเกรด สื่อการสอนสอดคล้องกับเป้าหมายโปรแกรม และเป็นภาพสะท้อนการเรียนรู้หัวข้อต่อไปของแต่ละชั้น หรือลำดับความสำคัญอย่างไร

งานที่ 4 (Task 4) เนื้อหา, สภาพจิต,ครู การเรียนการสอน ทุกห้องเรียนมีใจ การเรียนคณิตศาสตร์อย่างเต็มที่หรือไม่ตามที่กำหนดไว้ในโปรแกรม มีนักเรียนถูกลดระดับการเรียน เนื้อหาหรือไม่

3) ข้อมูลของครูและการสอน (Data on Teacher and Teaching) ครูคือหัวใจของโปรแกรมคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงควรประเมินความรู้และภูมิหลังของครูด้วย ภูมิหลังของครูแตกต่างกัน ข้อสำคัญคือว่าครูยังคงเป็นผู้เรียนรู้เพื่อเติบโต โดยการเรียนต่อ หรือรวมกลุ่มพัฒนาวิชาชีพครู (PLC) หรือเข้าร่วมการพัฒนาการสอนกับเพื่อน หรือเรียนรายวิชาเพิ่มที่มหาวิทยาลัยหรือไม่

ข้อมูลเกี่ยวกับการสอน ควรรวบรวมจากการสังเกตการสอน นั่นคือปรึกษากับครูก่อนสอน และสรุปร่วมกันหลังการสังเกตการสอน กลวิธีการสอนคณิตศาสตร์อาจจะแตกต่างกับวิชาอื่น เครื่องมือการสังเกตการสอนควรออกแบบไว้ เพื่อค้นหาปัจจัยจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์อย่างลึก เช่น นักเรียนพัฒนาทักษะการคิด แก้ปัญหาซับซ้อน และเข้าใจระบบตัวเลข และการปฏิบัติการสังเกตการสอนใช้เวลามาก และควรใช้วิธีประเมินอื่น ๆ ด้วย

งาน 5 (Task 5) ครูตรวจสอบภูมิหลังของครูทางคณิตศาสตร์ โดยดูจากรายวิชาที่เรียนมา และการพัฒนาวิชาชีพครู นอกมหาวิทยาลัย หรือในมหาวิทยาลัย

งาน 6 (Task 6) ครู สังเกตการณ์สอนว่าห้องเรียนดำเนินการอย่างไรจุดเน้นที่นักเรียนมีโอกาสจัดการกับปัญหาท้าทาย ใส่ใจในการเรียนเพื่อทราบความหมายเกิดความเข้าใจและความคล่องแคล่ว กลวิธี และคำตอบกับเพื่อน และเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่เรียน

งาน 7 (Task 7) การประเมินครู ตรวจสอบระบบการประเมินครูของผู้บริหารว่าสามารถรับรู้ และตอบสนองการสอนคณิตศาสตร์อย่างลึก เข้าใจ และเกิดความคล่องแคล่วหรือไม่

4) ข้อมูลบรรยากาศของโรงเรียนและความสัมพันธ์กับภายนอก (Data on School Climate and Outreach) โปรแกรมคณิตศาสตร์ของโรงเรียนจำเป็นต้องพิจารณาภายในบริบทของโรงเรียนโดยรวม เช่น ลำดับความสำคัญโครงการร่วมกับภายนอก และสภาพแวดล้อมโดยรวมของโรงเรียน

งาน 8 (task 8) การเรียนการสอนและความสัมพันธ์ภายนอก ซึ่งบ่งโปรแกรมหรือโครงสร้างใดบ้าง ที่ครูสอนคณิตศาสตร์มีส่วนร่วมที่อาจจะมีผลกระทบต่อเวลาการวางแผนและการสอนคณิตศาสตร์หรืออาจจะทำให้พวกเขาหันเหไปจากทิศทางที่เขาคิดว่าดีที่สุดต่อนักเรียนของตน ถ้ามครู บุคลากรอื่น นักเรียนและครอบครัว พวกเขาคือภาวะผู้นำโรงเรียนและคณะกรรมการคณิตศาสตร์อย่างไร (ลำดับความสำคัญ มีประโยชน์ หรือเป็นงานที่ต้องแสดงความยินดี เป็นต้น)

งานต่อไป (Next Steps) การเก็บข้อมูล เพื่อประเมินโปรแกรมคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้บริหารสามารถทำงานร่วมกับครู และผู้ที่มีส่วนได้เสียสร้างงานต่อจากงานที่ดูมีผลสำเร็จ และแก้ไขงานที่ต้องการปรับปรุง ถ้าหากโปรแกรมไม่ล้มเหลวอย่างสิ้นเชิง ควรหาทางแก้ไขงานที่จำเป็นต้องแก้ มากกว่าจะโยนทั้งหมดทิ้ง แล้วเริ่มต้นสิ่งใหม่ ถ้าหากเห็นว่าโปรแกรมนี้ต้องยกเครื่องทั้งหมด (Overhaul) ควรขอความช่วยเหลือจากผู้เชี่ยวชาญ เช่น จากมหาวิทยาลัย หรือที่ปรึกษาจากเขตหรือภูมิภาค

5. มีความคิดแล้วทำให้เกิดผล (Move from Ideas to Results) ถ้าหากโรงเรียนต้องจัดการกับลักษณะใดของโปรแกรมคณิตศาสตร์ ควรพิจารณาที่จะเสนอแนะต่อไปที่จะแก้ปัญหาและสนับสนุนการเปลี่ยนแปลง

5.1 ลงทุนที่ครู (Insert in Teachers) ครูมีบทบาทสำคัญที่สุดในการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น การลงทุนในการเรียนรู้และการสนับสนุนการสอนของครูเป็นประจำทุกวันมักจะเกิดผลดีต่อนักเรียน เช่น การจัดการพัฒนาวิชาชีพครู จัดหาสื่อและอุปกรณ์การสอนที่ครูต้องการ ให้ครูมีเวลาในการวางแผนการสอนแต่ละวันและแต่ละปี การระดมการเรียนเพิ่มเติมและอื่น ๆ การจัดหาผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์มาช่วยฝึกและการจัดหางบประมาณการพัฒนาครูมักจะได้ผลดีมาก

5.2 ใช้ผู้เชี่ยวชาญของตน (Rely on Your Math Experts) ถ้าหากโรงเรียนของครูมีหัวหน้าครูสอนคณิตศาสตร์หรือหัวหน้าสาย หรือศึกษานิเทศก์ หรือผู้ประสานงานการสอนคณิตศาสตร์จากเขต ควรพิจารณาให้เขาเป็นผู้นำครูในการวางแผนโปรแกรมคณิตศาสตร์และทำงานร่วมกับครู ถ้าไม่มีควรปรึกษาเขตการศึกษาหรืออาจารย์จากมหาวิทยาลัยใกล้เคียง ก่อนอื่นต้องมองหาผู้เชี่ยวชาญในโรงเรียนของคุณก่อน ถ้ามีเขาก็ควรทำหน้าที่ในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนได้โดยการสนับสนุนของผู้บริหาร

5.3 สร้างโอกาสการทำงานร่วมกัน (Create Opportunities for Collaboration) เวลาเป็นของมีค่า การหาเวลาให้ครูร่วมกันวางแผนกิจกรรมระหว่างครูระดับเดียวกันหรือหลายระดับชั้นที่สอนจะเป็นประโยชน์มาก งานนี้เป็นภาระของผู้บริหารต้องบริหารเวลาและงบประมาณให้ได้ การจัดให้ครูมีเวลาในการพัฒนาวิชาชีพครูร่วมกัน จะเป็นสิ่งกระตุ้นให้เกิดการพัฒนา สร้างความร่วมมือ และเติบโตจากปีต่อปีในการเรียนการสอนและเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน

5.4 คุ้มครองครู (Protect your Teachers) ผู้บริหารต้องกันอิทธิพลภายนอกโรงเรียนที่มากระทบการเรียนการสอนของครู ผู้บริหารต้องกรองโครงการต่าง ๆ ทั้งที่เริ่มจากภายในและภายนอกโรงเรียน ไม่ให้เป็นอุปสรรคต่อการเรียนการสอนของครู อย่าให้ครูต้องเพิ่มภาระมากเกินไปจนกระทบต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่คุณมุ่งหวัง ผู้บริหารต้องยืนยันหยัดว่าทุกโครงการทุกโปรแกรมต้องเสริมซึ่งกันและกัน และเข้าได้ดีกับงานประจำโดยไม่มาวุ่นวายกับการเรียนการสอนของครู

5.5 เข้าใจกระบวนการเปลี่ยนแปลง (Understand the Change Process) ผู้บริหารต้องเป็นผู้สนับสนุนการเปลี่ยนแปลงถ้าต้องมีการปรับปรุง การเปลี่ยนแปลงต้องเกิดขึ้น ผู้บริหารต้องเข้าใจหลักการพื้นฐานของการเปลี่ยนแปลง ข้อที่ควรคำนึงในการสนับสนุนการเปลี่ยนแปลงมีดังนี้

1) การเปลี่ยนแปลงต้องใช้เวลา (Change Takes Time) การเปลี่ยนแปลงเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลา ต้องกำหนดเป้าหมายที่ทำได้ กำหนดเวลาที่เหมาะสม เพื่อการวางแผนและนำไปปฏิบัติ แม้จะเป็นการปรับแผนเดิมก็ทำเช่นกัน การเปลี่ยนแปลงยิ่งมาก เวลาที่ควรจะเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงมากด้วย งบประมาณ การสนับสนุนครู เจตนารมณ์ที่จะทำงานให้เสร็จเป็นเรื่องจำเป็นที่อาจจะต้องใช้เวลาเป็นปีหรือหลายปี ถ้ามีปัญหาที่ควรปรับแผนไม่ใช่ทั้งหมด

2) ผู้มีส่วนได้เสียร่วมตั้งแต่แรก (Involve Stakeholders Early) ครูรับภาระหนักในการนำแผนไปปฏิบัติ ครูต้องเข้าร่วมตั้งแต่ขั้นวางแผนและปรึกษาหารือกันตลอดระยะเวลาการนำ

แผนไปปฏิบัติคนอื่น เช่น นักเรียน ผู้ปกครอง และตัวแทนชุมชนก็ควรมีส่วนร่วมด้วย ให้ทุกฝ่ายที่ได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงเข้าร่วมตั้งแต่ขั้นวางแผนและทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษาเป็นครั้งคราวในระหว่างนำแผนไปปฏิบัติ

3) ช่วยเหลือตรงจุดและตรงเวลา (Offer the Right Intervention at the Right Time) ผลวิจัยเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงพบว่าผู้ที่เกี่ยวข้องมีบทบาทตามขั้นตอนที่สามารถทำนายได้ (Hall & Hord, 2014) ลักษณะ 7 ขั้นตอนของความสนใจ (Stage of Concern) มีดังนี้

ขั้นความสนใจ	ลักษณะความคิดเห็นทั่วไป
0. ไม่สนใจ (Unconcern)	ได้ทราบข่าว แต่ไม่มีเรื่องจะศึกษา
1. ข้อมูล (Information)	น่าสนใจ อยากรู้เหมือนกัน
2. ส่วนตัว (Personal)	อยากรู้ว่าจะต้องทำอะไรบ้าง
3. การจัดการ (Management)	ต้องใช้เวลาเรียนรู้นานไหมจึงจะสอนได้
4. ผลตามมา (Consequential)	วิธีใหม่นี้มีผลต่อนักเรียนอย่างไร
5. ความร่วมมือ (Cooperation)	อยากจะเรียนรู้และให้ความคิดเห็น
6. เพิ่มความสนใจ (Refocusing)	เน้นความคิดที่อาจจะได้ผลดีกว่า

ครูทุกคนมีส่วนร่วมในโปรแกรมตั้งแต่แรก เวลาผ่านไป 2-3 เดือน ผู้ปฏิบัติหรือครูอาจจะเกิดความไม่แน่ใจ อารมณ์ไม่ดี ผู้บริหารต้องค้นให้พบว่าครูมีความกังวลเรื่องอะไร โดยจัดประชุมแล้วให้ครูบอกว่า มีปัญหาข้อใจอะไร และให้บอกด้วยว่าโปรแกรมนี้มีอะไรที่น่าสนใจบ้าง บันทึกทั้งสองรายการลงในกระดาษแผ่นใหญ่เรื่องละแผ่น แล้วจัดกลุ่มความกังวลเข้าด้วยกันเป็นกลุ่มจะได้ประมาณ 7 กลุ่มตามลำดับ แล้วปรึกษาร่วมกันว่าจะแก้อย่างไร ครูส่วนมากมีความกังวลในขั้น 2 เรื่องส่วนตัว เช่น ยากไป กลัวทำไม่ถูกต้อง ผู้บริหารฟัง แนะนำ ให้ความมั่นใจและช่วยเหลือ ปัญหาที่หายไป เวลาผ่านไปครูอาจจะมีปัญหาในขั้น 3 การจัดการ คือ ไม่ทราบจะจัดเนื้อหาขั้นตอนการสอนอย่างไร หรือระบบบันทึกการปฏิบัติงานเพื่อเก็บข้อมูลเข้าใจยาก ผู้บริหารควรอธิบายหรือปรับแบบฟอร์มใหม่ให้ทำงานง่าย

สรุปคือ ต้องหาให้ทราบว่าผู้ปฏิบัติมีปัญหาตรงไหน และช่วยแก้ทันที ทันเวลา แล้วจะได้ผลดี การติดต่อสื่อสารระหว่างผู้ปฏิบัติและผู้บริหารต้องอย่างต่อเนื่อง เมื่อมีปัญหาต้องช่วยแก้ไขทันที โปรแกรมจึงจะสำเร็จลงด้วยดี การเสริมแรงต้องอย่างต่อเนื่อง ผู้บริหารต้องให้กำลังใจ

6. สิ่งที่ต้องเฝ้าระวัง (What Should I watch out for?) เส้นทางการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อาจจะไม่ราบเรียบเสมอไป บางอย่างเราคาดได้ แต่บางอย่างเกิดขึ้นอย่างที่เราไม่คาดคิด ประการหลังควรระวังหลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดกับครูผู้สอน ให้มองไปที่เป้าหมายระยะยาว บางปัญหาต่อไปนี้อาจเกิดขึ้นได้ ผู้บริหารต้องระวัง

6.1 ไฟไหม้ฟาง (The fad du jour) แนวโน้มหรือแนวคิดใหม่ เกิดขึ้นแล้วก็จางหายไปเหมือนไฟไหม้ฟาง เช่น โมเดลการสอน วิธีการสอน การเตรียมเพื่อสอน หรือโปรแกรมการยกระดับจริยธรรมของนักเรียนหลายโรงเรียนรับปฏิบัติซึ่งประสบความสำเร็จมากมาย บางครั้งก็วางแผนปฏิบัติไม่ดี เวลาผ่านไปก็ไม่ได้อะไรเลย บางโปรแกรมก็ดูดี เช่น 5E โมเดลการสอนวิทยาศาสตร์ (Engage,

Explore, Elaborate and Evaluate) น่าจะช่วยครูสอนวิทยาศาสตร์ได้มาก แต่บางโมเดลใช้ได้ดีกับบางสถานการณ์ ความคิดได้ก็ตามต้องการการวางแผนและสนับสนุนที่ดี จึงจะมีโอกาสประสบความสำเร็จ

ผู้บริหารและครูต้องพิจารณาให้รอบครอบ ความสำเร็จของโปรแกรมทรัพยากรและบุคลากรของโรงเรียน การสนับสนุนจากผู้เกี่ยวข้องและความเหมาะสมเข้ากับโปรแกรมเดิมได้อย่างราบรื่น ไม่ก่อให้เกิดปัญหาต่อภาพรวมของโรงเรียน เช่น รูปแบบการสอนใช้กับระดับประถมก็ต้องสอดคล้องกับการเรียนการสอนระดับมัธยมด้วย

6.2 แรงต่อต้านจากครู (Resistance from Teachers) ครูบางคนไม่เต็มใจจะเปลี่ยนวิธีการสอนเดิมของตน บางคนเห็นความล้มเหลวจากโปรแกรมมามาก และเกิดความคิดว่าคงเสียเวลาสูงงบประมาณเช่นเคย ผู้บริหารต้องแน่ใจว่าโครงการหรือโปรแกรมต้องประสบความสำเร็จจากอดีตจนปัจจุบัน ควรให้ครูมีส่วนร่วมตั้งแต่แรก ตั้งแต่เลือกโปรแกรม ตั้งแต่วางแผน นำแผนไปปฏิบัติและประเมิน ผู้บริหารต้องคอยตรวจสอบระดับความสนใจของครูทั้ง 7 ชั้นที่กล่าวมาแล้ว และให้ความช่วยเหลือและแก้ไขทันที่ บางครั้งการเริ่มโครงการอาจใช้กลุ่มครูที่สนใจและทำงานจริงจังก่อน เมื่องานบังเกิดผลจึงนำครูอื่น ๆ ที่ลังเลใจเข้าร่วมภายหลัง ถ้าหากยังมีครูบางคนยังต่อต้านไม่ยอมทำตามแผนทางโรงเรียน ผู้บริหารก็ควรสนับสนุนให้หาโรงเรียนใหม่สอน

6.3 แรงต่อต้านจากผู้ปกครองหรือชุมชน (Resistance from Parents or the Community) บางครั้งผู้ปกครองอาจจะไม่เข้าใจการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในโรงเรียน ถ้านักเรียนทำคะแนนต่ำปัญหาที่บังเกิดโรงเรียนต้องแก้ปัญหาความคลงใจของผู้ปกครองแต่เริ่มแรก โดยการสื่อสารเป้าหมายการเปลี่ยนแปลงให้ทราบ โรงเรียนควรคัดสรรผู้ปกครอง 2-3 คน เข้าร่วมตั้งแต่ขั้นวางแผน ครูและบุคลากรควรสื่อให้ผู้ปกครองทราบเป็นการส่วนตัวโดยเฉพาะที่ตนรู้จักดีเช่นเดียวกัน ก็ทำให้ผู้ปกครองบางคนช่วยสื่อโปรแกรมการเปลี่ยนแปลงให้ผู้ปกครองท่านอื่นทราบด้วย รวมทั้งสื่อมวลชน เช่น หนังสือพิมพ์ และวิทยุประจำท้องถิ่น และขอความร่วมมือจากบุคลากรในชุมชนที่มีความรู้และอาชีพที่ประชาชนนับถือช่วยสนับสนุนโปรแกรมด้วย งานนี้ผู้บริหารรับเต็มหน้า

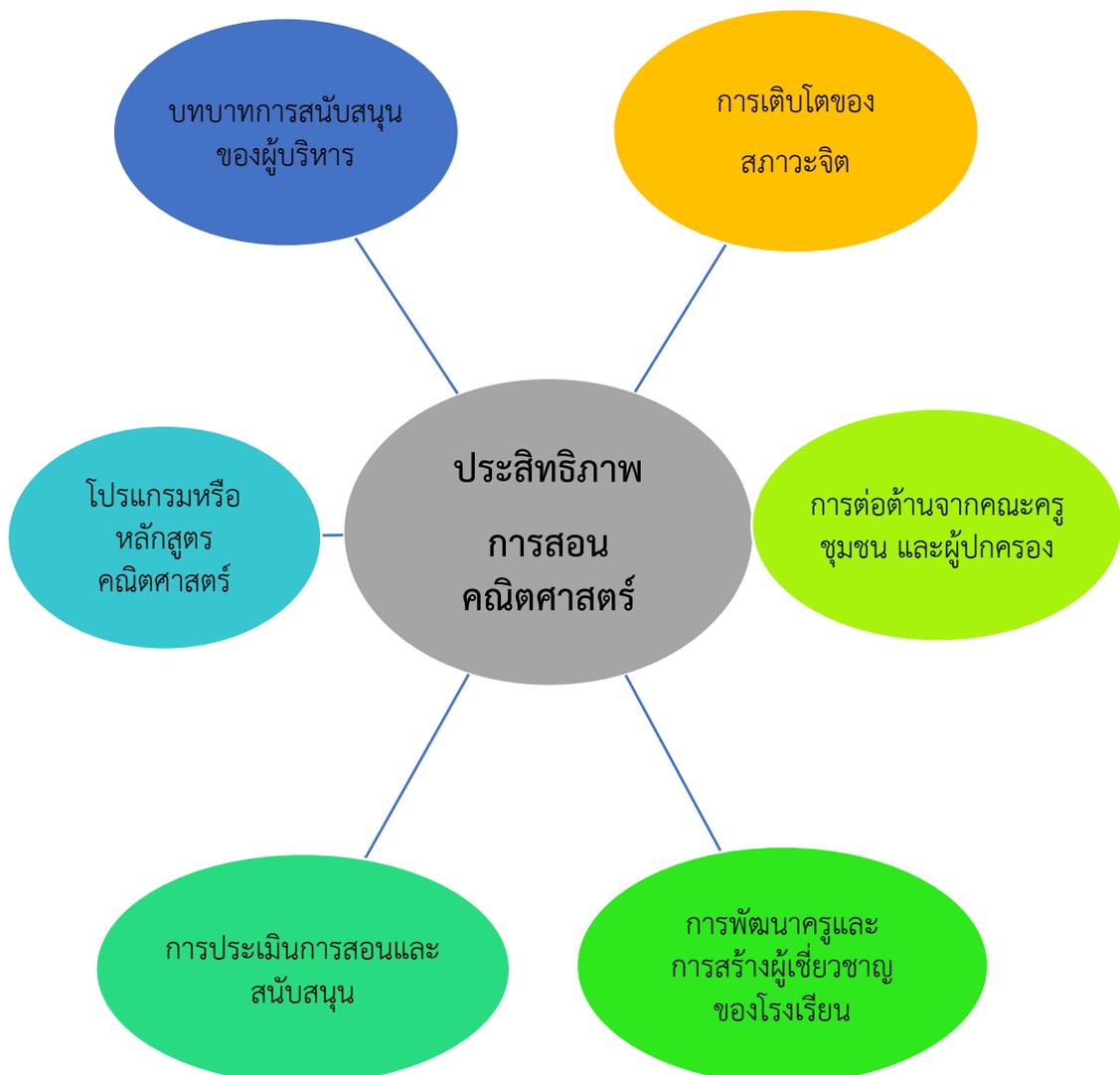
6.4 ความโลเล (yo-yo Decision) โปรแกรมที่ดีอาจจะเสียหายได้หากการบริหารโรงเรียนขาดความหนักแน่น ลงทุนไปแล้วก็จะเลิกหรือรับโปรแกรมใหม่เข้ามาแทน ครูจะเสียกำลังใจมาก การเรียนการสอนไม่เกิดผลดี โปรแกรมใหม่มักจะมีอุปสรรค ผู้บริหารและครูต้องร่วมกันปรับแผน และนำแผนไปสู่ความสำเร็จ เราทำงานให้สำเร็จเป็นปีไปตามแผน ผู้บริหารต้องหลีกเลี่ยงการตัดสินใจอย่างโลเล เมื่อมีปัญหาต้องหาทางแก้ไขไม่ใช่ทิ้งงานเลย นำบุคลากรมีส่วนร่วมได้เสียเข้ามามีส่วนร่วมตั้งแต่แรกเริ่ม และแก้ปัญหาไปด้วยกัน ยืนยันในเจตนารมณ์ตามโปรแกรม และพยายามป้องกันไม่ให้มีใครมาทำให้ครูของคุณหันเหไปจากโปรแกรมที่ร่วมใจกันทำมาตั้งแต่แรกเริ่มความสามัคคีและการทำงานร่วมกันทุกขั้นตอน ทุกคนเป็นเจ้าของโปรแกรม งานมีโอกาสสำเร็จค่อนข้างสูง

## บทสรุป

การส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์ มีปัจจัยที่เกี่ยวข้องทั้ง6ประการคือ

1. การเกิดคณิตศาสตร์คืออะไร โดยพิจารณาจากสภาวะจิตและการเติบโตของชาวปัญญา
2. ประการ ได้แก่ สภาวะจิตคงที่และสภาวะจิตที่เติบโต

2. โปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ดี เช่น การเข้าใจหลักการ และการรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่แม่นยำ
3. การรับรู้ สนับสนุน และประเมินการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ คือ ครูต้องมีความรู้มากกว่าระดับชั้นที่ตนสอน สอนตามความจำเป็นของนักเรียน และนักเรียนเป็นศูนย์กลาง
4. ผู้บริหารต้องตรวจสอบโปรแกรม เป้าหมายการสอน ศึกษาหลักฐานความสำเร็จจากหลายแหล่ง เช่น ผลการสอบของนักเรียน
5. ให้มีการเสนอแนะที่ช่วยแก้ปัญหา และสนับสนุนการเปลี่ยนแปลง เช่น พัฒนาครูและใช้ผู้เชี่ยวชาญเสริม
6. เผื่อระวังสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อความก้าวหน้า เช่น การต่อต้านจาก ครู ผู้ปกครอง และชุมชน ความไม่ตัดสินใจ และสิ่งที่ปิดกั้นครูเป็นต้น



ภาพที่ 1 แผนภูมิส่งเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางของ Boaler

### เอกสารอ้างอิง

- Boaler, J. (2015). **Mathematical Mindsets: Understanding Students' Potentials Through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching.** California: Jossey-Bass.
- Dwek, C. S. (2006). **Mind set: The New Psychology of Success.** New York: Ballantine Books.
- Halls, G. E. & Hord, S. M. (2014). **Implementing Change: Patterns, Principles and Potholes.** (4<sup>th</sup>ed.). Massaschusette: Allyn & Bacon.
- Selley, C. L. (2016). **Building a math Positive Culture.** Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Selley, C. L. (2016). **Making Sense of Math: How to Help Every Students Become a Mathematical Thinkers and Problem Solver.** Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.