

เทคนิคคณิตศาสตร์สำหรับการประมาณค่าปริมาตรของหยดน้ำบนผิวไม่ชอบน้ำ

ธีรนนท์ นงศ์นวล¹ ลินีนาฏ ศรีมงคล^{2*}

Received : November 17, 2020

Revised : April 26, 2021

Accepted : April 27, 2021

บทคัดย่อ

ปริมาตรของหยดน้ำบนผิวไม่ชอบน้ำสามารถคำนวณแล้วนำไปใช้ในการตรวจสอบ ประสิทธิภาพของการดูดซับของเหลว อัตราการแทรกซึม และจลนพลศาสตร์การระเหย วิธีการที่ซับซ้อนได้นำเสนอเรื่อยๆ นี้โดยการคำนวณการหมุนแกนของวงรี มุมของระนาบของผิวไม่ชอบน้ำ และปริพันธ์บนพิกัดทรงกลม ซึ่งผลของวิธีการนี้มีความถูกต้องสูง เนื่องจากมุมของระนาบสามารถละทิ้งได้ ในงานวิจัยนี้จึงสมมติให้มุมของระนาบของผิวไม่ชอบน้ำเป็นศูนย์ ภาพของหยดน้ำสองมิติเหมือนว่าจะสมมาตร ดังนั้น จึงนำวิธีการหมุนพื้นที่รอบแกนมาใช้ในการประมาณค่าปริมาตรของหยดน้ำ ยิ่งไปกว่านั้น เส้นโค้งของหยดน้ำก็จะใช้การประมาณโดยใช้สมการกำลังสอง วิธีการที่ทำให้ง่ายขึ้นนี้สามารถใช้ในการประมาณค่าปริมาตรของหยดน้ำโดยได้ค่าความถูกต้องในระดับที่พอรับได้

คำสำคัญ: เทคนิคคณิตศาสตร์ ปริมาตรของหยดน้ำ ผิวไม่ชอบน้ำ

¹ อาจารย์ ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี อีเมล : teeranan.no@buu.ac.th

² อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี อีเมล : sineenart@buu.ac.th

* ผู้นิพนธ์หลัก อีเมล : sineenart@buu.ac.th

MATHEMATICAL TECHNIQUES ON ESTIMATION OF WATER DROPLET VOLUME ON HYDROPHOBIC SURFACE

Teeranan Nongnual¹ Sineenart Srimongkol^{2*}

Abstract

The volumes of droplet on the hydrophobic surface can be calculated to investigate the liquid adsorption efficiency, infiltration rate, and evaporation kinetics. An elaborate method has been recently proposed by calculating the rotation axis of an ellipse, the slope of hydrophobic surface plane, and the integral over spherical coordinate. The result of this method could be done with high accuracy. Since the surface plane slope can be neglected, the hydrophobic surface plane was assumed in this work as a flat line with zero slope. The two-dimensional water droplet figure was likely symmetry, the rotation method is then applied to approximate the water droplet volume. Moreover, the curve of the water droplet was approximated by a quadratic function. A simplified method to estimate the droplet volume was proposed in this work yielding acceptable accuracy.

Keywords: Mathematical technique, Water droplet volume, Hydrophobic surface

¹ Lecturer of Chemistry, Faculty of Science, Burapha University, Chonburi, e-mail : teeranan.no@buu.ac.th

² Lecturer of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University, Chonburi, e-mail : sineenart@buu.ac.th

* Corresponding author, e-mail : sineenart@buu.ac.th

บทนำ

ปัจจุบันพื้นผิวของวัสดุชั้นสูงและสารเคลือบวัสดุหลายชนิด ถูกพัฒนาให้มีลักษณะเฉพาะด้านด้วยการศึกษาปรับปรุงลักษณะทางสัณฐานวิทยาของพื้นผิว หรือการดัดแปลงโครงสร้างทางเคมีของวัสดุและสารเคลือบ ส่วนหนึ่งเป็นการพัฒนาสมบัติการสะท้อนน้ำหรือการไม่ชอบน้ำของสารเคลือบหรือสีเคลือบ (Zhang, et al., 2008) การดูดซับน้ำหรือน้ำมันของวัสดุที่มีรูพรุน การแยกน้ำออกจากของผสมน้ำและน้ำมันของวัสดุตาข่าย (Zhou, et al., 2017) หรือการทำความสะอาดตัวเองของพื้นผิววัสดุ (Lu, et al., 2015) สมบัติการชอบน้ำ ไม่ชอบน้ำ หรือการดูดซับน้ำของผิววัสดุดังกล่าว โดยทั่วไปสามารถแสดงได้ด้วยค่ามุมสัมผัสของหยดน้ำหรือมุมกลิ้งของหยดน้ำ และอาจแสดงด้วยอัตราการดูดซับน้ำต่อพื้นที่ผิวของวัสดุได้อีกด้วย

ในการวิเคราะห์อัตราการดูดซับน้ำนั้น สามารถทำได้โดยการคำนวณการเปลี่ยนแปลงปริมาตรของหยดน้ำ ที่สัมผัสกับพื้นผิวของวัตถุ ณ ช่วงเวลาหนึ่ง โดยการคำนวณหาปริมาตรของหยดน้ำอาจใช้เทคนิคการถ่ายรูปหยดน้ำด้วยวิธีแสงเลเซอร์และรูปถ่ายเงาหยดน้ำ (García-Magariño, et al. , 2021) หรือการถ่ายรูปด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ลักษณะรูปทรงของหยดของเหลว (Birdi, et al., 1989; Sridakul, et al., 2020) นอกจากนี้งานวิจัยของ Srimongkol, et al. (2019) ได้ใช้เครื่องมือวิเคราะห์ลักษณะรูปทรงของหยดของเหลว (DSA-30) โดยการถ่ายรูปหยดน้ำด้วยกล้องถ่ายรูปความละเอียดสูง กล้องมีมุมก้ม 2.5 องศาเทียบกับระนาบพื้นผิวเพื่อลดการบิดเบือนของเส้นใยวัสดุในระนาบ อัตราการอบภาพเท่ากับ 25 ภาพต่อวินาทีหรือเอิร์ทซ์ โดยหยดของเหลวมีปริมาตรประมาณ 3 ถึง 15 ไมโครลิตร กล้องถ่ายรูปจะถ่ายวิดีโอต่อเนื่องเป็นเวลา 10 นาที จากนั้นนำรูปวิดีโอที่ได้มาวิเคราะห์เส้นขอบของส่วนหยดน้ำ เพื่อคำนวณหาปริมาตรของหยดน้ำ การวิเคราะห์รูปภาพและคำนวณใช้การเขียนคอมพิวเตอร์อัลกอริทึมในโปรแกรม MATLAB ซึ่งจากรูปถ่ายสองมิติของหยดน้ำจะประเมินได้ว่า ลักษณะของหยดน้ำเป็นทรงรีสามมิติ หรือในรูปถ่ายเป็นวงรีสองมิติ ที่มีความเอียงเล็กน้อยที่เกิดจากเส้นฐานของพื้นผิววัสดุมีความลาดชัน จากนั้นจึงใช้วิธีการหมุนแกนเพื่อให้วงรีหยดน้ำไม่มีมุมเอียงแล้วคำนวณแล้วคำนวณปริมาตรของหยดน้ำโดยใช้ปริพันธ์สามชั้นในพิกัดทรงกลม และจากสมมติฐานที่ว่ารูปสามมิติของหยดน้ำที่คำนวณนั้น มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมจากการวางอยู่บนพื้นผิววัสดุ ทำให้สามารถคำนวณหาปริมาตรของหยดน้ำที่แท้จริงได้อย่างแม่นยำ แต่ทั้งนี้วิธีการคำนวณดังกล่าวค่อนข้างซับซ้อนและใช้เวลาในการคำนวณทางคอมพิวเตอร์มาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยจึงทำการวิเคราะห์หาปริมาตรโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายขึ้นไม่ยุ่งยากซับซ้อน และยังคงให้ผลที่มีความแม่นยำน่าเชื่อถือ โดยการหมุนแกนพิกัด จากนั้นคาดการณ์สมการเส้นโค้ง โดยใช้สมการกำลังสองแล้วใช้ปริพันธ์ชั้นเดียวในการคำนวณปริมาตร ซึ่งวิธีการนี้จะง่ายและสะดวกในการใช้งานในการคำนวณจริง จากนั้นผู้วิจัยเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองวิธี

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

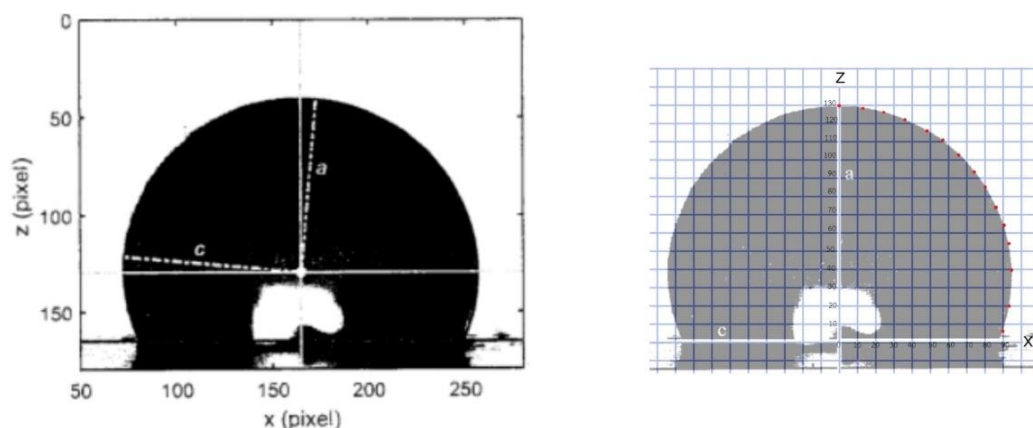
เพื่อพัฒนาวิธีการหาปริมาตรของหยดน้ำจากภาพถ่าย 2 มิติ โดยใช้สมการถดถอยกำลังสองร่วมกับการหาค่าปริมาตรของปริพันธ์ 1 ชั้น

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินงานวิจัยมีการดำเนินการเป็นขั้นตอน โดยเริ่มต้นจากการปรับมุมของภาพ 2 มิติให้ทำมุมฉากกับแกนพิกัด จากนั้นหาสมการแทนเส้นโค้งของขอบหยดของเหลว โดยรูปแบบของเส้นขอบเป็นเส้นโค้ง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้สมการถดถอยกำลังสอง สำหรับการหาปริมาตรของหยดน้ำ หาโดยใช้ปริพันธ์ 1 ชั้นในการคำนวณ เมื่อได้ผลแล้ว นำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพของวิธีการนี้กับวิธีการที่ได้จากงานวิจัยเดิม (Srimongkol, et al., 2019)

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ภาพ 2 มิติของหยดน้ำที่ได้จากงานวิจัยของ (Srimongkol, et al., 2019) เป็นการถ่ายภาพผ่านอุปกรณ์ DSA-30 ดังแสดงในภาพที่ 1 ด้ายซ้าย จะเห็นได้ว่าภาพมีมุมเอียงเล็กน้อย ดังนั้นเพื่อเพิ่มความถูกต้องและง่ายในการคำนวณจำเป็นจะต้องกำหนดแกนพิกัดและปรับภาพให้ฉาก เพื่อให้ภาพมีสมมาตรเทียบกับแกนตั้ง โดยในการดำเนินการวิจัยผู้วิจัยกำหนดให้แกนนอนแทนด้วยแกน x ซึ่งเป็นส่วนของหยดของเหลวสัมผัสกับวัตถุ และแกนตั้งแทนด้วยแกน z โดยกำหนดให้ขนาดในแต่ละช่องมีค่าเป็น 10 จุดภาพ (Pixel) ดังแสดงในภาพที่ 1 ด้านขวา



ภาพที่ 1 ภาพ 2 มิติของหยดน้ำที่ได้จาก DSA-30 (ซ้าย) (Srimongkol, et al., 2019) และภาพจากการปรับมุมเอียงและกำหนดแกนพิกัด (ขวา)

การหาสมการเส้นโค้งสามารถทำได้หลายวิธี โดยในงานวิจัยนี้กำหนดให้เส้นโค้งเป็นสมการกำลังสอง ซึ่งอยู่ในรูป $x=az^2+bz+c$ จากนั้นจะทำการหาค่าสัมประสิทธิ์ a b และ c โดยใช้การประมาณค่าจากข้อมูล ในที่นี้กำหนดข้อมูลจากกราฟ โดยเลือกจุดจำนวน 15 จุด แสดงได้ดังตารางที่ 1 และใช้การถดถอยกำลังสอง

(Quadratic regression) ในโปรแกรมสำเร็จรูป Microsoft Excel จะได้ค่า a มีค่าเป็น -0.0111 ค่า b มีค่าเป็น 0.9645 และ c มีค่าเป็น 79.316 และได้ค่า R^2 มีค่าเป็น 0.9503 โดยที่ค่า R^2 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (Coefficient of determination) ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 และถ้ามีค่าเกิน 0.90 ถือว่าดีมาก ในงานวิจัยนี้ค่า R^2 ที่ได้ถือว่าอยู่ในเกณฑ์ดีมาก

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าเส้นโค้งกำลังสอง

ชุดข้อมูลที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	0	14	24	36	48	58	66	74	80	86	90	92	96	94	90
z	130	128	126	122	118	112	104	94	86	76	66	56	40	20	6

การหาปริมาตรของหยดน้ำโดยมองว่าเส้นโค้งกำลังสองทางด้านขวาหมุนรอบแกน z จะได้รูปทรงสามมิติ (Solid of revolution) ที่มีหน้าตัดที่ขนานกับระนาบ xy เป็นรูปวงกลมขึ้น โดยวิธีการนี้จะสามารถหาปริมาตรของทรงตันที่เกิดจากการหมุน (Stewart, 2010) ได้จากการหาปริพันธ์ของพื้นที่หน้าตัดรูปวงกลมจากค่า $z=0$ ซึ่งเป็นด้านล่างสุดของเส้นโค้งตามแกน z ไปจนถึงค่า $z=138.49$ ซึ่งเป็นค่าที่สูงที่สุดของค่า z ตามแนวแกน z ดังสมการต่อไปนี้

$$\int_0^{138.49} \pi [f(z)]^2 dz = \int_0^{138.49} \pi (-0.0111z^2 + 0.9645z + 79.316)^2 dz = 2.79404 \times 10^6$$

โดยวิธีการในบทความ (Srimongkol, et al., 2019) คำนวณปริมาตรโดยใช้วิธีการในการประเมินว่าภาพที่ได้เป็นวงรีที่มีมุมเอียง จึงใช้วิธีการหมุนแกนของสมการวงรี จากนั้นใช้จาโคเบียนในการคำนวณปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกลม โดยแสดงวิธีการดำเนินการและการเปรียบเทียบขั้นตอนการดำเนินการของทั้งสองวิธีในตารางที่ 2 โดยในการหมุนภาพวิธีการในบทความนี้ใช้การดำเนินการด้วยมือจะง่ายแต่ต้องอาศัยความแม่นยำของผู้ดำเนินการ ส่วนวิธีการจากงานวิจัยของ Srimongkol, et al., (2019) จำเป็นต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่องการหมุนแกนพิกัดของสมการวงรี ในขั้นตอนของการหาสมการเส้นโค้ง วิธีการในบทความนี้ใช้การหาสมการโดยวิธีถดถอยกำลังสอง ซึ่งจะยุ่งยากกว่าในวิธีการจากงานวิจัยของ Srimongkol, et al., (2019) อย่างไรก็ตามการใช้ Microsoft Excel ในปัจจุบันค่อนข้างแพร่หลายและใช้งานได้ง่าย ส่วนในขั้นตอนสุดท้าย การหาปริมาตรของหยดน้ำ วิธีการในบทความนี้ใช้เพียงปริพันธ์ชั้นเดียว การหาค่าปริพันธ์ไม่ยาก ส่วนวิธีการจากงานวิจัยของ Srimongkol, et al., (2019) ใช้การหาปริมาตรของทรงตันที่มีระนาบตัดแนวเฉียงโดยใช้เมทริกซ์จาโคเบียนและปริพันธ์สามชั้นและหาปริพันธ์เหนือระนาบในพิกัดทรงกลม ซึ่งใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงกว่าวิธีการที่ใช้ในบทความนี้มาก

ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบวิธีในบทความนี้และวิธีการจากงานวิจัยของ Srirongkol, et al. (2019)

ขั้นตอนการดำเนินการ	วิธีการในบทความนี้	วิธีการจากงานวิจัยของ Srirongkol, et al. (2019)
ภาพถ่ายสองมิติของ หยดน้ำ	ประเมินเส้นโค้งว่าเป็นเส้นโค้งของ สมการกำลังสอง	ประเมินว่าเป็นเส้นโค้งวงรี
การหมุนแกนพิกัดและ ปรับภาพให้ฉาก	ใช้การหมุนภาพโดยการวัดและปรับ ภาพเอง	ใช้การหมุนแกนพิกัดของวงรี หามุมเอียง จะได้สมการวงรีสมการใหม่
การสมการเส้นโค้ง	กำหนดจุดในกราฟที่ปรับภาพแล้ว และหาสมการเส้นโค้งโดยใช้การ ถดถอยกำลังสอง	ได้สมการวงรีแบบมาตรฐาน
การหาค่าปริมาตร	ใช้ปริพันธ์ชั้นเดียว	ใช้การหาปริมาตรของทรงตันที่มีระนาบ ตัดแนวเฉียงโดยใช้เมทริกซ์จาโคเบียน และปริพันธ์สามชั้นและหาปริพันธ์เหนือ ระนาบในพิกัดทรงกลม

จะเห็นได้ว่าวิธีการในบทความนี้ง่าย ไม่ซับซ้อน อย่างไรก็ดี วิธีการจากงานวิจัยของ Srirongkol, et al., (2019) เป็นวิธีการที่จะได้ค่าประมาณของปริมาตรของหยดน้ำที่แม่นยำ โดยได้ปริมาตรมีค่าเป็น $2.4592 \times 10^6 \text{ pixel}^3$ โดยการหาค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative error) เทียบกันทั้ง 2 วิธีจะได้ 13.62%

สรุป

ในการทำงานวิจัยเชิงประยุกต์ การคำนวณหาปริมาตรของส่วนหนึ่งของวัตถุมีประโยชน์ในการทำงานมากมาย การหาค่าของความไม่ชอบน้ำนำไปสู่การผลิตผลิตภัณฑ์ใหม่ ๆ ได้ เช่น ภาชนะรักษ์โลกที่ผลิตจากวัตถุดิบจากธรรมชาติ จำเป็นจะต้องมีการทดสอบค่าความไม่ชอบน้ำ ในการคำนวณจำเป็นต้องใช้การหาปริมาตรของหยดน้ำบนผิวของวัตถุทดสอบซึ่งไม่ได้เป็นรูปแบบมาตรฐาน การคำนวณจำเป็นต้องใช้เทคนิคที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ค่าที่สามารถเปรียบเทียบประสิทธิภาพของผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ ได้

ในงานวิจัยนี้ได้มีการนำเสนอเทคนิคคณิตศาสตร์ที่ใช้ความรู้คณิตศาสตร์อย่างง่ายสำหรับการคำนวณหาปริมาตรของหยดน้ำบนผิววัตถุที่ได้จากภาพถ่าย 2 มิติ โดยวิธีการนี้ เริ่มต้นจากการปรับภาพถ่าย 2 มิติให้อยู่ในรูปที่สมมาตรตามแกนตั้ง จากนั้นกำหนดจุดจากข้อมูลจำนวนหนึ่ง ซึ่งกำหนดจุดมาก ก็จะส่งผลให้ได้สมการที่มีความแม่นยำมากขึ้น ประเมินว่าจุดจากข้อมูลควรจะมีสมการเป็นอย่างไร ในงานวิจัยนี้ประเมินว่า

น่าจะเป็นสมการกำลังสอง จึงใช้การถดถอยกำลังสองในการหาสมการ เมื่อได้สมการของเส้นโค้งแล้ว ให้นำไปคำนวณปริมาตรโดยใช้ปริพันธ์ 1 ชั้น เนื่องจากมองว่าปริมาตรเกิดจากการหมุนเส้นโค้งที่ได้ รอบแกนตั้ง จากผลการวิจัยจากกรณีตัวอย่างพบว่ามีค่าคลาดเคลื่อนสัมพันธ์เทียบกับวิธีในบทความ (Srimongkol, et al, 2019) เป็น 13.62%

ข้อเสนอแนะ

ในการนำวิธีการที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ไปใช้งานจริง ผู้วิจัยคาดว่าหากใช้วิธีการเดียวกันนี้กับสารชนิดต่าง ๆ ที่จะนำมาทดสอบสมบัติความไม่ชอบน้ำ น่าจะสามารถใช้งานได้ดี เนื่องจากวิธีการนี้มีขั้นตอนการดำเนินการที่ง่าย และสะดวกในการใช้งานในการคำนวณจริง อย่างไรก็ตาม หากลakukanทำให้อยู่ในรูปของโปรแกรมสำเร็จรูปที่สามารถใช้ได้บนอุปกรณ์เคลื่อนที่ก็จะเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์มากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- Birdi, K. S., Vu, D. T., & Winter, A. (1989). A study of the evaporation rates of small water drops placed on a solid surface. *The Journal of Physical Chemistry*, 93(9), 3702-3703.
- García-Magariño, A., Sor, S., Bardera, R., & Muñoz-Campillejo, J. (2021). Interferometric laser imaging for droplet sizing method for long range measurements. *Measurement*, 168, 108418.
- Lu, Y., Sathasivam, S., Song, J., Crick, C. R., Carmalt, C. J., & Parkin, I. P. (2015). Repellent materials. Robust self-cleaning surfaces that function when exposed to either air or oil. *Science (New York, N.Y.)*, 347(6226), 1132-1135.
- Srimongkol, S., Pachana P., & Nongnual, T. (2019). **Estimation of Water Droplet Volume on Hydrophobic from Two-Dimensional Drop Shape Measurement**. Proceeding of the 7th HCU National and International Conference, 253-258.
- Stewart, J. (2010). **Calculus: Early Transcendentals**: Cengage Learning.
- Sridakul, S., Bunbuchachai, S., Srimongkol, S., Hongvaleerat, C., Pachana, P., Nongnual, T. (2020). **Measurement of Water Adsorption Rate on Hydrophobic Coated Porous Materials Using Drop Shape Image Analysis**. Proceeding of the 2020 Pure and Applied Chemistry International Conference (PACCON 2020).
- Zhang, X., Shi, F., Niu, J., Jiang, Y., & Wang, Z. (2008). Superhydrophobic surfaces: from structural control to functional application. *Journal of Materials Chemistry*, 18(6), 621-633.

Zhou, C., Chen, Z., Yang, H., Hou, K., Zeng, X., Zheng, Y., & Cheng, J. (2017). Nature-Inspired Strategy toward Superhydrophobic Fabrics for Versatile Oil/Water Separation. **ACS Applied Materials & Interfaces**, 9(10), 9184-9194.