

การคำนวณหาค่าระยะทาง และศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเคลื่อนที่ แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจร

จิราวรรณ ทรัพย์ทิพย์¹ ปิยรัตน์ มูลศรี² อาทิตย์ หู่เต็ม^{3*}

Received : July 22, 2021

Revised : December 14, 2021

Accepted : December 17, 2021

บทคัดย่อ

โดยงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจร ($F(r_b)$) ซึ่งการศึกษาเริ่มจากสร้างแรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีวงโคจร จากนั้นใช้สมการวงโคจรเชิงอนุพันธ์แบบไม่เอกพันธ์คำนวณหาค่าระยะทาง (r_b) และศักย์ยังผล (U_{eff}) ของอนุภาคประจุไฟฟ้าในการเคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจรจากนั้นนำผลที่ได้สร้างกราฟด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ประจุ q ที่มีมวล m และค่าพารามิเตอร์ μ, L, τ กับ ระยะทาง และศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจร โดยมีลักษณะของการเคลื่อนที่คล้ายวงรี

คำสำคัญ: ระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาค ศักย์ยังผล แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมี

¹ นักศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: chirawan@pks.ac.th

² อาจารย์ประจำหลักสูตร ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: piyarutto@hotmail.com

³ อาจารย์ประจำหลักสูตร ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: artithutem@pcru.ac.th

* ผู้นิพนธ์หลัก อีเมล: artithutem@pcru.ac.th

CALCULATION OF DISTANCE AND EFFECTIVE POTENTIAL OF CHARGED PARTICLES MOVING IN A CENTRAL FORCE FIELD USING POLAR COORDINATE

Chirawan Saptip¹ Piyarat Moonsri² Artit Hutem^{3*}

Abstract

The purpose of this research was to study the behavior of the motion of electric charged particles moving in a central force function of radius ($F(r_b)$). The study began by building a model of central force function of radius. Then, the orbit equation to calculate the distance of motion charged particles (r_b) and effective potential (U_{eff}) via central force function of radius. The results are being plotted on a graph by using a computer program where impact of the electric charged particles (q), mass m and variable changes (μ, L, τ) can be analyzed and interpreted. The distance of motion charged particles and potential effect of moving electric charged particles in a central force function of radius was found in an ellipse like motion.

Keywords: Distance of motion particle, Effective Potential, Central Force of function radius

¹ Master of Science Program in Education Science, Phetchabun Rajabhat University
Phetchabun Province e-mail: chirawan@pks.ac.th

² Department of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University
Phetchabun Province, e-mail: piyarutto@hotmail.com

³ Department of Physics, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University
Phetchabun Province, e-mail: artithutem@pcru.ac.th

* Corresponding author, e-mail: artithutem@pcru.ac.th

บทนำ

ในการเรียนรายวิชาโลก ดาราศาสตร์และอวกาศของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายนั้น จะต้องศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ หรือสมการการเคลื่อนที่ของวงโคจรของดาวเคราะห์ ที่มีลักษณะเป็นระยะทางสัมพันธ์กับกฎแรงดึงดูดระหว่างมวล ที่เป็นระยะทางการเคลื่อนที่ของวัตถุหนึ่งรอบวัตถุหนึ่ง โดยอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงสู่ศูนย์กลาง เช่น ดวงจันทร์มีการโคจรรอบโลก โลกมีการโคจรรอบดวงอาทิตย์ ดาวเทียมมีการโคจรรอบโลก ซึ่งในงานวิจัยนี้จะพิจารณาดาวเคราะห์เป็นอนุภาคประจุไฟฟ้า เราสามารถจะคำนวณหาระยะทางของอนุภาคประจุไฟฟ้าที่มีการเคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีวงโคจร ซึ่งจะมีการวิเคราะห์ห้วงโคจร 2 แบบ แบบเปิด และแบบปิดซึ่งจะสอดคล้องกับการเรียนการสอนของรายวิชาโลก ดาราศาสตร์และอวกาศของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายได้มากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเข้าใจผิดกันว่ามีลักษณะการเคลื่อนที่หรือวงโคจรเป็นวงกลม (รัชณี รุจิโรดม, 2558) ซึ่งแท้จริงแล้ว อนุภาคจะโคจรรอบอีกอนุภาคหนึ่งในลักษณะของวงโคจรที่เป็นวงรี โดยปัจจุบันกลศาสตร์คลาสสิกเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ อธิบายลักษณะของวงโคจรไว้โดยใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพของ อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ ที่อธิบายเกี่ยวกับแรงโน้มถ่วง เนื่องมาจากความโค้งของอวกาศกับเวลา ที่มีลักษณะวงโคจรตามเส้นจีโอแดสิก (Geodesics) เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณจะกำหนดเป็นค่าประมาณ และกฎการเคลื่อนที่ของเคปเลอร์ เคปเลอร์ได้อธิบายเกี่ยวกับกฎการเคลื่อนที่ของดาวเคราะห์ไว้ทั้งหมด 3 ข้อ คือ กฎข้อที่ 1 (กฎของวงรี) "ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี (Atam, 1990) โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดศูนย์กลาง" กฎข้อที่ 2 เวลาที่ดาวเคราะห์ใช้โคจรรอบดวงอาทิตย์ โดยคาบเวลาที่เท่ากันจะสามารถกวาดพื้นที่ได้เท่ากัน และกฎข้อที่ 3 กำลังสองของคาบที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ แปรผันตามกำลังสามของระยะทางที่ห่างจากดวงอาทิตย์ ($T^2 / r_b^3 = k$ โดยที่ k เป็นค่าคงที่) ดังนั้นในงานวิจัยในระบบนี้จะพิจารณาว่าประจุไฟฟ้ามีการเคลื่อนที่ตามวงโคจรระหว่างประจุเล็กตรอนเคลื่อนที่รอบนิวเคลียสซึ่งในงานวิจัยนี้ จะมีการคำนวณหาค่าระยะทางและศักย์ยังผลของ อนุภาคที่ถูกเคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางที่ขึ้นอยู่กับรัศมีวงโคจร (Edison et al., 2013; Michael, 2018)

$$F(r_b) = -\frac{1}{r_b^2} \left(zq^2 \sin^2(\theta) + \frac{\alpha q^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} - \frac{\tau}{r_b^3} \right)$$

เพื่ออธิบายว่า วงโคจรของอนุภาคมีการเคลื่อนที่เป็นวงรี เนื่องจากมีฟังก์ชันที่มารบกวนแรงเข้าสู่ศูนย์กลาง ($F(r_b)$) ซึ่งมีเทอมของค่าสัมประสิทธิ์ความเยื้องของวงโคจร (วัชรพงษ์ พลสนาม และ อาทิตย์ หุ้เต็ม, 2561) ที่ใช้ลักษณะคล้ายกับงานวิจัยของ Edison และ Michael แต่ในงานวิจัยนี้ได้เพิ่มฟังก์ชันตรีโกณมิติไซน์ และ โคไซน์ และมีเทอมที่มารบกวนระบบ $1/r_b^3$

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาระยะทาง ศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณหาสมการการกระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง ($F(r_b)$) โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลางดังนี้

$$F(r_b) = -\frac{1}{r_b^2} \left[zq^2 \sin^2(\theta) + \frac{\alpha q^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} - \frac{\tau}{r_b^3} \right] \quad (1)$$

ซึ่งเป็นสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง (Fung, 2012 ; Hideyuki & Hiroshi, 2010) กำหนดให้ r_b คือ ระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่ในพิกัดเชิงขั้ว, z คือ ค่าคงที่มีค่าเท่ากับ 9×10^9 , q คือ ประจุไฟฟ้า α เป็นค่าพารามิเตอร์ τ เป็นพารามิเตอร์ทอร์กการหมุนของอนุภาคประจุไฟฟ้า e คือ สัมประสิทธิ์ความเยื้อง และ θ คือ มุมของประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ จากสมการที่ (1) สามารถคำนวณหากระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่ โดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เอกพันธ์ (Roel, 2001)

$$\frac{d^2 u_b}{d\theta^2} + u_b = -\frac{m}{L^2 u_b^2} F\left(\frac{1}{u_b}\right) \quad (2)$$

กำหนดให้ $u_b = 1/r_d$ และ L คือ โมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคประจุไฟฟ้า จะเปลี่ยน $F(r_b)$ เป็นดังนี้

$$F\left(\frac{1}{u_b}\right) = -zq^2 u_b^2 \sin^2(\theta) - \frac{\alpha q^2 u_b^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} + \tau u_b^3 \quad (3)$$

แทนสมการที่ (3) ลงในสมการที่ (2) จะได้

$$\frac{d^2 u_b}{d\theta^2} + u_b = -\frac{m}{L^2 u_b^2} \left(-zq^2 u_b^2 \sin^2(\theta) - \frac{\alpha q^2 u_b^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} + \tau u_b^3 \right)$$

กำหนดให้ $m = \mu$ เป็นมวลของอนุภาคประจุไฟฟ้า และ $\ell = L$ จะได้

$$\frac{d^2 u_b}{d\theta^2} + \left(1 - \frac{\tau\mu}{\ell^2}\right) u_b = \frac{zq^2 \mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2 \mu \cos^2(\theta)}{\ell^2 (1-e^2)^2} \quad (4)$$

หาค่า (u_b) โดยใช้อนุพันธ์อันดับที่ 2 แบบไม่เอกพันธ์ และใช้วิธีแบบรอนสเกียน (Susan, 2004) เพื่อหาผลเฉลยของสมการที่ (4) ดังนี้

$$u_b(\theta) = u_{bc}(\theta) + u_{bp}(\theta) \quad (5)$$

โดยที่ $u_b(\theta)$ เป็นผลเฉลยของสมการที่ (4) ซึ่งประกอบด้วย $u_{bc}(\theta)$ เป็นผลเฉลยเอกพันธ์ และ $u_{bp}(\theta)$ เป็นผล

เฉลยเฉพาะ ซึ่งงานวิจัยนี้คำนวณหาค่าของ $u_{bc}(\theta)$ จาก $\frac{d^2 u_b}{d\theta^2} + \left(1 - \frac{\tau\mu}{\ell^2}\right) u_b = 0$ และกำหนดให้

$\beta^2 = \left(1 - \frac{\tau\mu}{\ell^2}\right)$ จะได้ $\frac{d^2 u_b}{d\theta^2} + \beta^2 u_b = 0$ ซึ่งสามารถหาค่าของ $u_{bc}(\theta)$ ได้เป็น

$$u_{bc}(\theta) = e^{p(\theta)} (A \cos(\beta\theta) + B \sin(\beta\theta))$$

$$u_{bc}(\theta) = A \cos(\beta\theta) + B \sin(\beta\theta) \quad ; p(\theta) = 0 \quad (6)$$

กรณีที่มีเฟสเริ่มต้น $A = P \cos(\phi)$, $B = P \sin(\phi)$, โดยที่ $P = A$ แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุไฟฟ้า จะได้ $u_{bc}(\theta)$ ดังนี้ $u_{bc}(\theta) = P \cos(\phi) \cos(\beta\theta) + P \sin(\phi) \sin(\beta\theta)$

$$u_{bc}(\theta) = A \cos(\beta\theta - \phi) \quad (7)$$

จากสมการที่ (6) กำหนดให้ $u_{b1}(\theta) = \cos(\beta\theta)$, $u_{b2}(\theta) = \sin(\beta\theta)$ หาผลเฉลยเฉพาะของสมการที่ (4) $u_{bp}(\theta)$ จาก $u_{bp}(\theta) = s_{b1}(\theta) \cdot u_{b1}(\theta) + s_{b2}(\theta) \cdot u_{b2}(\theta)$ จากนั้นใช้วิธีรอนสเกียน เราทำการหาค่า W_b , W_{b1} โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) (Tikjha et al., 2018) ดังนี้

$$\frac{ds_{b1}(\theta)}{d\theta} = \frac{W_{b1}}{W_b} \quad (8)$$

$$W_b = \begin{vmatrix} u_{b1}(\theta) & u_{b2}(\theta) \\ u'_{b1}(\theta) & u'_{b2}(\theta) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(\beta\theta) & \sin(\beta\theta) \\ -\beta \sin(\beta\theta) & \beta \cos(\beta\theta) \end{vmatrix} = \beta \cos^2(\beta\theta) + \beta \sin^2(\beta\theta) = \beta \quad (9)$$

ต่อไปเราสามารถหา W_{b1} ดังนี้

$$W_{b1} = \begin{vmatrix} 0 & u_{b2}(\theta) \\ f_1(\theta) & u'_{b2}(\theta) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \sin(\beta\theta) \\ \frac{zq^2\mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2\mu \cos^2(\theta)}{\ell^2(1-e^2)^2} & \beta \cos(\beta\theta) \end{vmatrix}$$

$$W_{b1} = -\sin(\beta\theta) \left(\frac{zq^2\mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2\mu \cos^2(\theta)}{\ell^2(1-e^2)^2} \right) \quad (10)$$

แทนสมการที่ (9) และ (10) ลงในสมการที่ (8) จะได้

$$\frac{ds_{b1}(\theta)}{d\theta} = \frac{-\sin(\beta\theta)}{\beta} \left(\frac{zq^2\mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2\mu \cos^2(\theta)}{\ell^2(1-e^2)^2} \right)$$

ทำการอินทิเกรตสมการข้างต้นเพื่อหาค่า $s_{b1}(\theta)$ จะได้

$$s_{b1}(\theta) = \frac{zq^2\mu}{\ell^2\beta} \int \sin(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta - \frac{\alpha q^2\mu}{\ell^2\beta(1-e^2)^2} \int \sin(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta \quad (11)$$

จากสมการที่ (11) หาค่า $\int \sin(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta$ และ $\int \sin(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta$ โดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ และจะได้

$$\int \sin(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{\beta} + \frac{\cos((\beta+2)\theta)}{2(\beta+2)} + \frac{\cos((\beta-2)\theta)}{2(\beta-2)} \right)$$

$$\int \sin(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{\beta} - \frac{\cos((\beta+2)\theta)}{2(\beta+2)} - \frac{\cos((\beta-2)\theta)}{2(\beta-2)} \right)$$

แทนค่าลงในสมการที่ (11) จะได้

$$s_{b1}(\theta) = -\frac{zq^2\mu}{\ell^2\beta} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right)$$

$$-\frac{\alpha q^2 \mu}{\ell^2 \beta (1-e^2)^2} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \quad (12)$$

หาค่า W_{b2} โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) ดังนี้

$$\frac{ds_{b2}(\theta)}{d\theta} = \frac{W_{b2}}{W_b} \quad (13)$$

ต่อไปเราสามารถหา W_{b2} ดังนี้

$$W_{b2} = \begin{vmatrix} u_{b1}(\theta) & 0 \\ u'_{b1}(\theta) & f(\theta) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin(\beta\theta) & 0 \\ -\beta \sin(\beta\theta) & \frac{zq^2 \mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2 \mu \cos^2(\theta)}{\ell^2 (1-e^2)^2} \end{vmatrix}$$

$$W_{b2} = \cos(\beta\theta) \left(\frac{zq^2 \mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2 \mu \cos^2(\theta)}{\ell^2 (1-e^2)^2} \right) \quad (14)$$

และนำสมการที่ (9) และสมการที่ (14) แทนลงในสมการที่ (13) จะได้

$$\frac{ds_{b2}(\theta)}{d\theta} = \frac{\cos(\beta\theta)}{\beta} \left(\frac{zq^2 \mu \sin^2(\theta)}{\ell^2} + \frac{\alpha q^2 \mu \cos^2(\theta)}{\ell^2 (1-e^2)^2} \right)$$

ทำการอินทิเกรตสมการข้างต้นเพื่อหาค่า $s_{b2}(\theta)$ จะได้

$$s_2(\theta) = -\frac{zq^2 \mu}{\ell^2 \beta} \int \cos(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta + \frac{\alpha q^2 \mu}{\ell^2 \beta (1-e^2)^2} \int \cos(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta \quad (15)$$

จากสมการที่ (15) เราสามารถหาค่า $\int \cos(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta$ และ $\int \cos(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta$ โดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ จะได้

$$\int \cos(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{\beta} - \frac{\sin((\beta+2)\theta)}{2(\beta+2)} - \frac{\sin((\beta-2)\theta)}{2(\beta-2)} \right)$$

$$\int \cos(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{\beta} + \frac{\sin((\beta+2)\theta)}{2(\beta+2)} + \frac{\sin((\beta-2)\theta)}{2(\beta-2)} \right)$$

แทนค่า $\int \cos(\beta\theta) \sin^2(\theta) d\theta$ และ $\int \cos(\beta\theta) \cos^2(\theta) d\theta$ ลงในสมการที่ (15) จะได้

$$s_{b2}(\theta) = \frac{zq^2 \mu}{\ell^2 \beta} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right)$$

$$+ \frac{\alpha q^2 \mu}{\ell^2 \beta (1-e^2)^2} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \quad (16)$$

จากนั้นนำสมการที่ (12) และสมการที่ (16) แทนลงในสมการ $u_p(\theta)$ จะได้

$$\begin{aligned}
u_{bp}(\theta) = & -\frac{zq^2\mu}{\ell^2\beta} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \\
& - \frac{\alpha q^2\mu}{\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{-\cos(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \cdot \cos(\beta\theta) \\
& + \frac{zq^2\mu}{\ell^2\beta} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \\
& + \frac{\alpha q^2\mu}{\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \cdot \sin(\beta\theta)
\end{aligned} \quad (17)$$

แทนสมการที่ (7) และ (17) ลงในสมการที่ (5) จะได้

$$\begin{aligned}
u_b(\theta) = & A\cos(\beta\theta-\phi) + \left(\frac{zq^2\mu\cos(\beta\theta)}{\ell^2\beta} \left(\frac{\cos(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \right. \\
& + \frac{\alpha q^2\mu\cos(\beta\theta)}{\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{\cos(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\cos(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\cos(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \\
& + \frac{zq^2\mu\sin(\beta\theta)}{\ell^2\beta} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} - \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} - \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \\
& \left. + \frac{\alpha q^2\mu\sin(\beta\theta)}{\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{\sin(\beta\theta)}{2\beta} + \frac{\sin(\beta\theta+2\theta)}{4(\beta+2)} + \frac{\sin(\beta\theta-2\theta)}{4(\beta-2)} \right) \right) \\
u_b(\theta) = & A\cos(\beta\theta-\phi) + \frac{zq^2\mu}{2\ell^2\beta} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{\beta\cos(2\theta)}{\beta^2-4} \right) + \frac{\alpha q^2\mu}{2\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\beta\cos(2\theta)}{\beta^2-4} \right)
\end{aligned} \quad (18)$$

และเมื่อแทนค่า $u_b = 1/r_b$ จะได้

$$r_b(\theta) = \frac{1}{A\cos(\beta\theta-\phi) + \frac{zq^2\mu}{2\ell^2\beta} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{\beta\cos(2\theta)}{\beta^2-4} \right) + \frac{\alpha q^2\mu}{2\ell^2\beta(1-e^2)^2} \left(\frac{1}{\beta} + \frac{\beta\cos(2\theta)}{\beta^2-4} \right)} \quad (19)$$

จากสมการที่ (19) จะถูกเรียกว่า ระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาค ($r_b(\theta)$) เป็นสมการบ่งบอกระยะทางของวงโคจรของอนุภาคประจุไฟฟ้า ซึ่งในงานวิจัยนี้จะมีการวิเคราะห์วงโคจรแบบเปิด และแบบปิด ซึ่งระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของมุมในการเคลื่อนที่ของอนุภาคซึ่งระยะทางของอนุภาคจะถูกแสดงลักษณะเป็นแผนกราฟในหัวข้อผลการวิจัย

การคำนวณหาสมการศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$

โดยคำนวณจากสมการ $f(r_b) = -\nabla V_b$ ให้เทคนิคอินทิเกรต โดยกำหนดให้ θ คงที่จะได้

$$F(r_b) = -\frac{dV_b}{dr_b} \quad (20)$$

เราทำการแทนแรงเข้าสู่ศูนย์กลางของสมการที่ (1) ลงในสมการที่ (20) และทำการอินทิเกรต จะได้

$$V_b(r_b) = \left(zq^2 \sin^2(q) + \frac{\alpha q^2 \cos^2(q)}{(1-e^2)^2} \right) \int \frac{1}{r_b^2} dr_b - t \int \frac{1}{r_b^3} dr_b$$

จะได้

$$V_b(r_b) = -\frac{1}{r_b} \left(zq^2 \sin^2(\theta) + \frac{\alpha q^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} \right) + \frac{\tau}{2r_b^2}$$

จากสมการหาค่าศักย์ยังผลของอนุภาค

$$U_{eff} = \frac{L^2}{2mr_b^2} + V_b(r_b)$$

$$U_{eff}(r_b, \theta) = \frac{L^2}{2mr_b^2} - \frac{1}{r_b} \left(zq^2 \sin^2(\theta) + \frac{\alpha q^2 \cos^2(\theta)}{(1-e^2)^2} \right) + \frac{\tau}{2r_b^2} \quad (21)$$

จากสมการที่ (21) จะถูกเรียกว่า ศักย์ยังผลของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของมุม และระยะทางวงโคจร ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการวิเคราะห์ศักย์ยังผลของอนุภาค ว่าเป็นศักย์ดูด หรือศักย์ผลักขึ้นอยู่กับ ประจุไฟฟ้า โมเมนตัมเชิงมุมมวลของอนุภาคประจุไฟฟ้า และทอร์กการหมุน ซึ่งศักย์ยังผลของอนุภาคจะถูกแสดงลักษณะเป็นแผนกราฟในหัวข้อผลการวิจัย

การศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$

ตารางที่ 1 ศึกษาค่าระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$

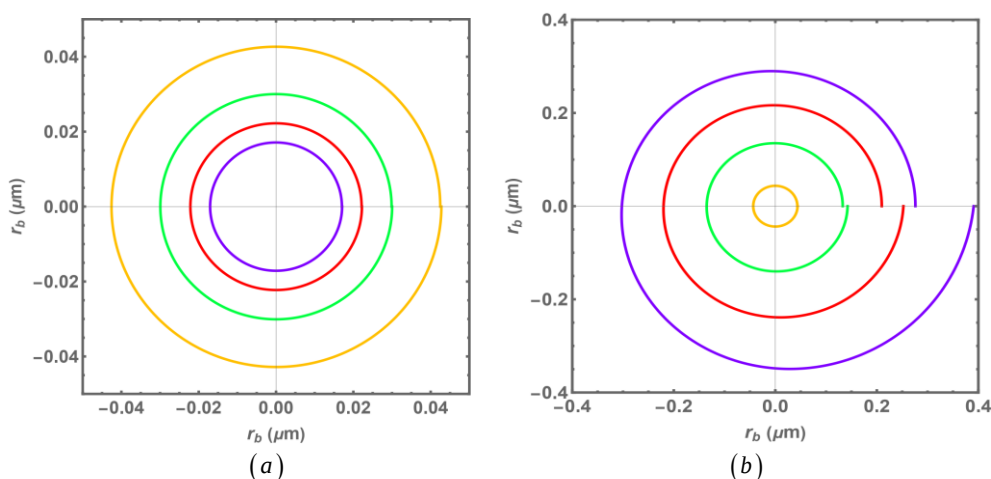
ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$q_1 = 5 \mu C, q_2 = 6 \mu C$ $q_3 = 7 \mu C, q_4 = 8 \mu C$	ระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$\tau = 0.6, A = 1, \mu = 0.5$ $\ell = 0.55, \theta = 0 \rightarrow 2\pi, \phi = 0$ $z = 9 \times 10^9, \alpha = 0.5, e = 0.5$
$\mu_1 = 0.50 \mu g, \mu_2 = 0.49 \mu g$ $\mu_3 = 0.48 \mu g, \mu_4 = 0.47 \mu g$	ระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$\tau = 0.6, A = 1, q = 5 \times 10^{-6}$ $\ell = 0.55, \theta = 0 \rightarrow 2\pi, \phi = 0$ $z = 9 \times 10^9, \alpha = 0.5, e = 0.5$
$\ell_1 = 0.55, \ell_2 = 0.56 \mu g m^2/s$ $\ell_3 = 0.57, \ell_4 = 0.58 \mu g m^2/s$	ระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$\tau = 0.6, A = 1, q = 5 \times 10^{-6}$ $\mu = 0.5, \theta = 0 \rightarrow 2\pi, \phi = 0$ $z = 9 \times 10^9, \alpha = 0.5, e = 0.5$
$\tau_1 = 0.60 Nm, \tau_2 = 0.59 Nm$ $\tau_3 = 0.58 Nm, \tau_4 = 0.57 Nm$	ระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$\ell = 0.55, A = 1, q = 5 \times 10^{-6}$ $\mu = 0.5, \theta = 0 \rightarrow 2\pi, \phi = 0$ $z = 9 \times 10^9, \alpha = 0.5, e = 0.5$

ตารางที่ 2 ศึกษาค่าศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$q_1 = 4 \mu C, q_2 = 6 \mu C$ $q_3 = 8 \mu C, q_4 = 10 \mu C$	ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$L = 0.55, m = 0.5,$ $z = 9 \times 10^9, \theta = 270,$ $e = 0.5, \tau = 0.6, \alpha = 0.5$
$m_1 = 0.8 \mu g, m_2 = 0.5 \mu g$ $m_3 = 0.3 \mu g, m_4 = 0.2 \mu g$	ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$L = 0.55, q = 5.0 \times 10^{-6}$ $z = 9 \times 10^9, \theta = 270$ $e = 0.5, \tau = 0.6, \alpha = 0.5$
$L_1 = 0.50, L_2 = 0.55 \mu g m^2 / s$ $L_3 = 0.60, L_4 = 0.65 \mu g m^2 / s$	ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$m = 0.5, q = 5.0 \times 10^{-6}$ $z = 9 \times 10^9, \theta = 270, \alpha = 0.5$ $e = 0.5, \tau = 0.6$
$\tau_1 = 0.20 Nm, \tau_2 = 0.35 Nm$ $\tau_3 = 0.50 Nm, \tau_4 = 0.65 Nm$	ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่	$m = 0.5, q = 5.0 \times 10^{-6}$ $z = 9 \times 10^9, \theta = 270, \alpha = 0.5$ $e = 0.5, L = 0.55$

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

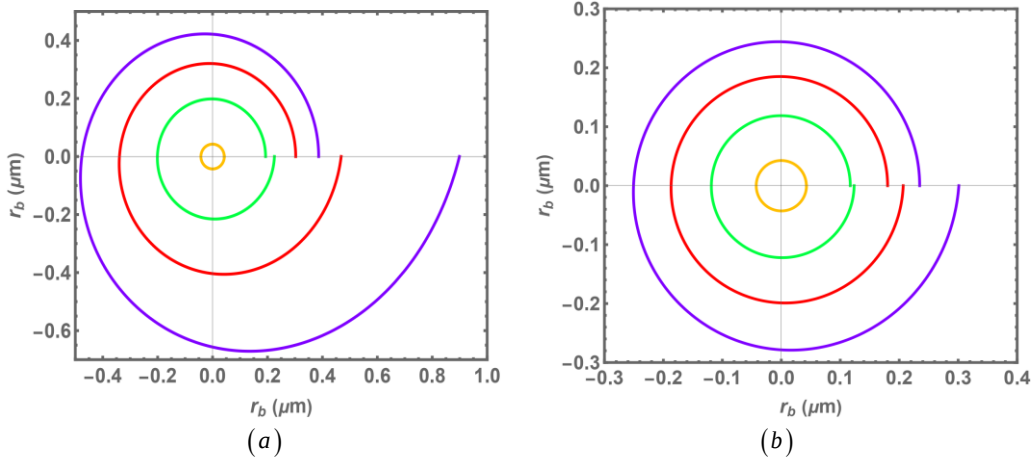
การทดลองหาระยะทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$



ภาพที่ 1 แสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุในระบบพิกัดเชิงขั้ว (a) แสดงลักษณะของระยะทางของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้นเปลี่ยนจาก $q = 5 \mu C \rightarrow 8 \mu C$ (b) แสดงลักษณะของระยะทางของอนุภาคประจุที่เคลื่อนที่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว เมื่อพารามิเตอร์ μ ลดลงเปลี่ยนจาก $\mu = 0.50 \rightarrow 0.47 \mu g$

จากภาพที่ 1 (a) เส้นกราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_1 มีค่าเท่ากับ $5 \mu C$, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_2 มีค่าเท่ากับ $6 \mu C$, เส้นกราฟสีแดงแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของ

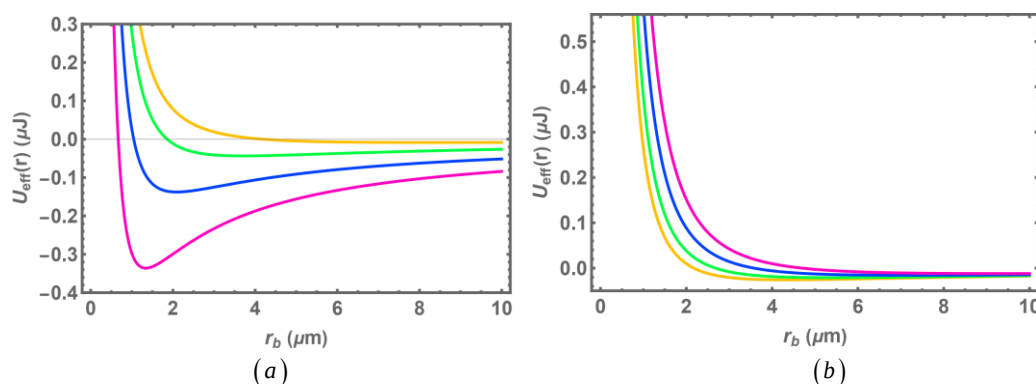
อนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_3 มีค่าเท่ากับ $7\mu C$, และเส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_4 มีค่าเท่ากับ $8\mu C$, จากภาพที่ 1 (b) เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ μ_1 มีค่าเท่ากับ 0.50, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ μ_2 มีค่าเท่ากับ 0.49, เส้นกราฟสีแดงแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ μ_3 มีค่าเท่ากับ 0.48, และเส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ μ_4 มีค่าเท่ากับ 0.47



ภาพที่ 2 แสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ (a) แสดงลักษณะของกราฟระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น ℓ เปลี่ยนจาก $\ell = 0.55 \rightarrow 0.58 \mu g m^2/s$ (b) แสดงลักษณะของระยะทางของอนุภาคประจุ เมื่อพารามิเตอร์ทอร์กการหมุน τ ลดลงเปลี่ยนจาก $\tau = 0.60 \rightarrow 0.57 Nm$

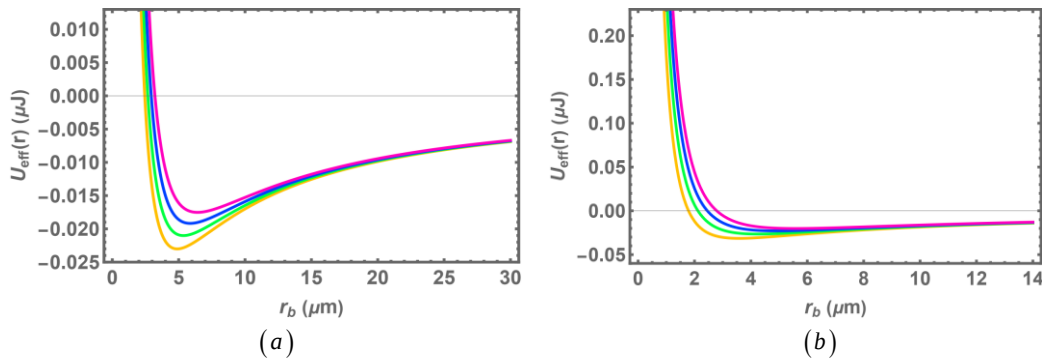
จากภาพที่ 2 (a) เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น l_1 มีค่าเท่ากับ 0.550, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น l_2 มีค่าเท่ากับ 0.560, เส้นกราฟสีแดงแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น l_3 มีค่าเท่ากับ 0.570, และเส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมเริ่มต้น l_4 มีค่าเท่ากับ 0.580, จากภาพที่ 2 (b) เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_1 มีค่าเท่ากับ 0.60, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_2 มีค่าเท่ากับ 0.59, เส้นกราฟสีแดงแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_3 มีค่าเท่ากับ 0.58, และเส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_4 มีค่าเท่ากับ 0.57

การทดลองหาค่าที่ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$



ภาพที่ 3 แสดงลักษณะของกราฟศักย์ยังผลเทียบกับระยะทางของอนุภาคประจุในระบบพิกัดเชิงขั้ว (a) แสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุ เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้นเปลี่ยนจาก $q = 4\mu\text{C} \rightarrow 10\mu\text{C}$ (b) แสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุ เมื่อพารามิเตอร์ของมวล m ลดลงเปลี่ยนจาก $m = 0.8 \rightarrow 0.2\mu\text{g}$

จากภาพที่ 3 (a) เส้นกราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_1 มีค่าเท่ากับ $4\mu\text{C}$, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_2 มีค่าเท่ากับ $6\mu\text{C}$, เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_3 มีค่าเท่ากับ $8\mu\text{C}$, และเส้นกราฟสีชมพูแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของประจุเริ่มต้น q_4 มีค่าเท่ากับ $10\mu\text{C}$, จากภาพที่ 3 (b) เส้นกราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ m_1 มีค่าเท่ากับ $0.80\mu\text{g}$, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ m_2 มีค่าเท่ากับ $0.50\mu\text{g}$, เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ m_3 มีค่าเท่ากับ $0.30\mu\text{g}$, และเส้นกราฟสีชมพูแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ m_4 มีค่าเท่ากับ $0.20\mu\text{g}$



ภาพที่ 4 แสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุ (a) แสดงลักษณะของกราฟศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเมื่อโมเมนต์เชิงมุม L เปลี่ยนจาก $L = 0.50 \rightarrow 0.65 \mu\text{g m}^2/\text{s}$ (b) แสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเมื่อพารามิเตอร์การหมุน τ เริ่มต้นเปลี่ยนจาก $\tau = 0.20 \rightarrow 0.65 \text{ Nm}$

จากภาพที่ 4 (a) เส้นกราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทางเมื่อขนาดของโมเมนต์เชิงมุมเริ่มต้น L_1 มีค่าเท่ากับ $0.50 \mu\text{g m}^2/\text{s}$, เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของโมเมนต์เชิงมุมเริ่มต้น L_2 มีค่าเท่ากับ $0.55 \mu\text{g m}^2/\text{s}$, เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของโมเมนต์เชิงมุมเริ่มต้น L_3 มีค่าเท่ากับ $0.60 \mu\text{g m}^2/\text{s}$, และเส้นกราฟชมพูแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของโมเมนต์เชิงมุมเริ่มต้น L_4 มีค่าเท่ากับ $0.65 \mu\text{g m}^2/\text{s}$, จากภาพที่ 4 (b) เส้นกราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_1 มีค่าเท่ากับ 0.20 Nm , เส้นกราฟสีเขียวแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_2 มีค่าเท่ากับ 0.35 Nm , เส้นกราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_3 มีค่าเท่ากับ 0.50 Nm , และเส้นกราฟสีชมพูแสดงลักษณะของศักย์ยังผลของอนุภาคประจุเทียบกับระยะทาง เมื่อขนาดของพารามิเตอร์ τ_4 มีค่าเท่ากับ 0.65 Nm ในการทดลองคำนวณหาสมการระยะทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$ จากภาพที่ 1 (a) ถ้าประจุไฟฟ้า (q) มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ระยะการเคลื่อนที่ของอนุภาคเคลื่อนที่แบบวงกลมมีระยะที่ลดน้อยลง โดยเป็นการเคลื่อนที่ที่ไม่สูญเสียพลังงาน และอนุภาคประจุเป็นการเคลื่อนที่ของวงโคจรแบบปิดเพิ่มขึ้น จากภาพที่ 1 (b) ถ้าค่าพารามิเตอร์ μ มีค่าลดลง จะทำให้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ในลักษณะคล้ายวงรี (แกนเอก และแกนโทของกราฟมีค่าไม่เท่ากัน) ที่มีระยะที่เพิ่มขึ้น โดยเป็นการเคลื่อนที่ที่สูญเสียพลังงาน และอนุภาคประจุเป็นการเคลื่อนที่ของวงโคจรแบบเปิดเพิ่มขึ้น (มีลักษณะกราฟของระยะทางการเคลื่อนที่ประจุไฟฟ้าเป็นแบบวงรี) จากภาพที่ 2 (a) ถ้าค่าพารามิเตอร์ (L) มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ในลักษณะคล้ายวงรีที่มีระยะที่เพิ่มขึ้น โดยเป็นการเคลื่อนที่ที่สูญเสียพลังงาน $w = 0$ จะเห็นว่าเมื่อ ค่าพารามิเตอร์ L มีค่าเพิ่มขึ้นจุดเริ่มกับจุดสุดท้ายห่างกันเพิ่มมากขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการสูญเสียพลังงาน w มากขึ้น และจากภาพที่ 2 (b) ถ้าค่าพารามิเตอร์ τ มีค่าลดลงจะทำให้อนุภาคที่มีประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ในลักษณะคล้ายวงรีที่มีระยะที่เพิ่มขึ้น โดยเป็นการเคลื่อนที่ที่สูญเสียพลังงาน $w = 0$ จะเห็นว่าเมื่อ

ค่าพารามิเตอร์ τ ลดลง จุดเริ่มกับจุดสุดท้ายห่างกันเพิ่มมากขึ้น ซึ่งแสดงว่ามีการสูญเสียพลังงาน w เพิ่มมากขึ้น

ในการทดลองคำนวณหาศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$ จากภาพที่ 3(a) ถ้าประจุไฟฟ้า q มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคแสดงศักย์ยังผลที่เป็นศักย์ดูดเพิ่มมากขึ้น จากภาพที่ 3(b) ถ้ามวล (m) มีค่าลดลงจะทำให้ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคประจุแสดงศักย์ยังผลที่เป็นศักย์ดูดจะเปลี่ยนไปเป็นศักย์ยังผลชนิดศักย์ผลัก จากภาพที่ 4(a) ถ้าค่าพารามิเตอร์ L มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคประจุแสดงศักย์ยังผลที่เป็นศักย์ดูดจะเปลี่ยนไปเป็นศักย์ยังผลศักย์ผลัก จากภาพที่ 4(b) ถ้าค่าพารามิเตอร์ τ มีค่าลดลงจะทำให้ค่าศักย์ยังผลของอนุภาคประจุแสดงศักย์ยังผลที่เป็นศักย์ดูดจะเปลี่ยนไปเป็นศักย์ยังผลศักย์ผลัก

สรุป

จากการทดลองคำนวณหาสมการการกระจัดของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$ การกระจัดของอนุภาคที่เป็นประจุไฟฟ้าแปรผันตรงกับค่าพารามิเตอร์ L และจะแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ τ, μ และประจุไฟฟ้า q จากการทดลองคำนวณหาศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง $F(r_b)$ ศักย์ยังผลของอนุภาคที่เป็นประจุไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นศักย์ดูดซึ่งแปรผันตรงกับค่าพารามิเตอร์ τ, μ และประจุไฟฟ้า q แต่จะแปรผกผันกับค่าพารามิเตอร์ (L) จากการทดลองการคำนวณหาค่าการกระจัด และศักย์ยังผลของอนุภาคที่เคลื่อนที่แบบพิกัดเชิงขั้วภายใต้แรงที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจร $F(r_b)$ อธิบายได้ว่าการเคลื่อนที่ของอนุภาคตามสมการ $F(r_b)$ นั้นมีลักษณะการเคลื่อนที่คล้ายวงรีเนื่องมาจากแรงรบกวนตามฟังก์ชัน $F(r_b)$ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าอนุภาคที่เคลื่อนที่ภายใต้แรงที่ขึ้นอยู่กับรัศมีของวงโคจร $F(r_b)$ จะมีลักษณะการเคลื่อนที่คล้ายวงรีสอดคล้องกับกฎของเคปเลอร์

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับงานวิจัย

1. ควรมีการคำนวณเปรียบเทียบกับมุมที่เปลี่ยนไป
2. ควรแยกความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการเปรียบเทียบสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคภายใต้แรงเข้าสู่ศูนย์กลาง
2. ควรศึกษาความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์อื่นเพิ่มเติม

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จจุล่งไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- รัชนี้ รุจิโรดม. (2558). **กลศาสตร์1**. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัชรพงษ์ พลสนาม, และอาทิตย์ หุ้เต็ม. (2561). การคำนวณหาระยะทางการเคลื่อนที่และหาค่าพลังงานการเคลื่อนที่ของวัตถุวงโคจรของอนุภาค. **วารสารวิทยาศาสตร์โลกดาราศาสตร์และอวกาศ**, 1(1), 55-63.
- Atam, P.A. (1990). **Introduction to classical mechanics**. Prentice-Hall.
- Susan, M.L. (2004). **Mathematics for physicists**. Thomson Brooks/cole.
- Roel, S. (2001). **A guided tour of mathematical method**. Cambridge university press.
- Fung, M.K. (2012). The kepler problem and the isotropic harmonics oscillator. **Chiness journal of Physics**, 50(5), 713-719.
- Hideyuki, I. & Hiroshi, N. (2010). Kepler's quartic curve is implemented by a central force. **International Mathematical Forum**, 5(3), 139-144.
- Edison, A.E., Emmanuel E.E. & John, O.A. (2013). The Modified Theory of Central-Force Motion. **IOSR Journal of Applied Physics**, 75-82.
- Michael, N. (2018). Newton's graphical method for central force orbits. **American Journal of Physics**, 764-771.
- Tikjha, W., Normai, T., Jittburus, U., & Pumila, A. (2018). Periodic with period 4 of a piecewise linear system of differential equations with initial conditions being some points on positive y axis. **PSRU Journal of Science and Technology**, 3(2), 26-34.