

การคำนวณหาฟังก์ชันประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า
ของตัวนำทรงกลมที่มีความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรฟังก์ชันไซน์

ปิยรัตน์ มุลศรี¹ เจษฎาพร ปาคำวัง² อาทิตย์ หุ้เต็ม^{3*}

Received : June 8, 2022

Revised : December 9, 2022

Accepted : December 20, 2022

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาลักษณะสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d ของตัวนำไฟฟ้าแบบทรงกลมภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์ ทั้ง 4 แบบโดยมีการเปลี่ยนแปลงเลขชี้กำลังของฟังก์ชันไซน์และมีค่าความถี่เชิงมุม ใช้กฎของเกาส์ ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ซึ่งผลการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังคู่จะทำให้ได้ ประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้ามีลักษณะการสั่นเป็นฟังก์ชันเพิ่ม แต่ประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้าและ ศักย์ไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร ซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังคี่จะมีลักษณะเกิดการสั่นแบบคลื่นตลอดช่วงของระยะทาง R_d เมตร

คำสำคัญ: ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรแบบฟังก์ชันไซน์ ประจุไฟฟ้า ศักย์ไฟฟ้า
สนามไฟฟ้า

¹ อาจารย์ประจำหลักสูตร ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: piyarutto@hotmail.com

² อาจารย์ประจำหลักสูตร ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: Jetsadapom.pa@pcru.ac.th

³ อาจารย์ประจำหลักสูตร ภาควิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ จังหวัดเพชรบูรณ์ อีเมล: artithutem@pcru.ac.th

* ผู้นิพนธ์หลัก อีเมล: artithutem@pcru.ac.th

CALCULATION OF ELECTRIC CHARGE, ELECTRIC FIELD, AND ELECTRIC POTENTIAL OF SPHERICAL CONDUCTORS CONTAINING VOLUME CHARGE DENSITY OF THE SINE FUNCTION

Piyarat Moonsri¹ Jetsadaporn Pakamwang² Artit Hutem^{3*}

Abstract

This research work examined the characteristics electric field and electric potential as functions of the distance (R_d) of spherical conductors under the sinusoidal volume charge density of four types of sine functions, with exponentiation of the sine function and angular frequency coefficient. We used Gauss's law and to calculate the electric field and electric potential. The result of calculating the electric field value and the electric potential depends on the sinusoidal volume charge density with even exponents, producing an electric charge, electric field and electric potential oscillating as an exponential function. However, the electric charge electric fields and electric potentials depend on the volume charge density, which is the sine function with odd exponents characterized by wave oscillations of R_d distance.

Keywords: Sinusoidal volume charge density, Electric charge, Electric potential, Electric field

¹ Department of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University Phetchabun Province, e-mail: piyarutto@hotmail.com

² Department of Computer Science, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University Phetchabun Province, e-mail: Jetsadaporn.pa@pcru.ac.th

³ Department of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University Phetchabun Province, e-mail: artithutem@pcru.ac.th

* Corresponding author, e-mail: artithutem@pcru.ac.th

บทนำ

งานวิจัยนี้ได้แนวคิดมาจากการสอนในรายวิชา ฟิสิกส์ 2 เรื่อง สนามไฟฟ้าในตัวนำเส้นตรง, ตัวนำทรงกลม และสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าอย่างต่อเนื่อง ในรูปแบบความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น, ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงผิว และความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร เป็นต้น ข้าพเจ้าได้ใช้หนังสือ ฟิสิกส์มหาวิทยาลัย 3 ของสมพงษ์ ใจดี ในการออกแบบแบบฝึกหัดให้กับนักศึกษา ซึ่งในหนังสือดังกล่าวได้อธิบายตัวอย่างของการคำนวณหาสนามไฟฟ้าของทรงกลมประจุไฟฟ้าก้อนหนึ่งซึ่งมีรัศมี R มีประจุไฟฟ้า $+q$ มีความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันกับระยะจากจุดศูนย์กลางตามแนวรัศมี ดังนี้ $\rho_v(r) = C_0 r$ เมื่อ C_0 แทนค่าคงตัวสัดส่วน ดังนั้นงานวิจัยนี้ศึกษาอนุภาคประจุไฟฟ้าทั้งหลายในกลุ่มประจุกลุ่มหนึ่งอยู่ใกล้กันมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระยะทาง R_d เมตร ที่กลุ่มประจุไฟฟ้ากลุ่มนั้นอยู่ห่างจากตำแหน่งที่จะหาค่าของสนามไฟฟ้า ซึ่งลักษณะดังกล่าว เรานิยมพิจารณาอนุภาคประจุไฟฟ้าในกลุ่มประจุไฟฟ้าดังกล่าวเป็นอย่างดี ต่อเนื่อง กล่าวคือ อนุภาคประจุไฟฟ้าทั้งหมดแจกแจงอย่างต่อเนื่องทั่วปริมาตรของตัวนำแบบทรงกลมภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยงานวิจัยนี้เป็นการนำความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสที่นักศึกษาได้ศึกษามาแล้วนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการคำนวณหาประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร และสนามไฟฟ้า ซึ่งในงานวิจัยนี้มีความสอดคล้องกับงานวิจัยของการศึกษาพฤติกรรมของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมเสมือนภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรในรูปแบบ $\rho(r_d) = A_0 r_d \sin(\omega_f r_d)$ โดยที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ r_d ที่มีเลขชี้กำลังเพิ่มขึ้นจาก 1 ถึง 4 เพื่อศึกษาลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าในกรณี รัศมีของผิวภาชนะน้อยกว่ารัศมีของตัวนำทรงกลมเสมือน (Hutem & Masoongnoen, 2022)

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้เพื่อคำนวณหาประจุไฟฟ้า (q_c) สนามไฟฟ้า (E_f) และศักย์ไฟฟ้า (V_{Ep}) ที่เป็นฟังก์ชันของรัศมีตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่มีลักษณะเป็นไซน์โดยใช้กฎเกาส์ และการอินทิเกรตทีละส่วน

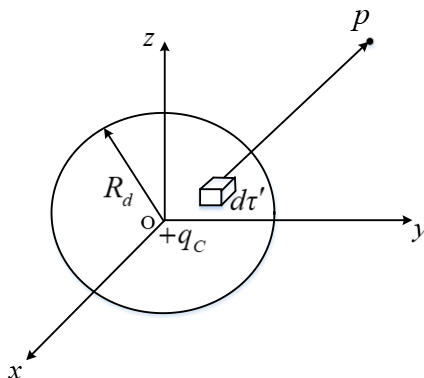
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้เพื่อคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของรัศมีตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรในรูปแบบฟังก์ชันไซน์โดยใช้กฎเกาส์

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้พิจารณาตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าก้อนหนึ่ง ซึ่งมีรัศมี R_d เมตร ซึ่งตัวนำทรงกลมนี้มีขนาดประจุไฟฟ้า $+q_c$ คูლობ์ กระจายตัวประจุไฟฟ้าดังรูปที่ 1 อย่างสม่ำเสมอทั่วทั้งตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้า มีจุดศูนย์กลางอยู่ ณ จุดกำเนิดที่จุด O ของระบบพิกัดฉาก (x, y, z) (Lorrain & Corson, 1972) งานวิจัยนี้เริ่มจากการออกแบบความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันกับระยะทางโดยการกำหนดเกณฑ์ในการพิจารณา $\rho_v(r)$ จริง ๆ แล้วการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าในตัวนำทรงกลมต้องเป็นแบบสุ่ม ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการตัดแปลงความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรให้เป็นแบบฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีลักษณะการสั่น ซึ่งผู้แต่งเลือกฟังก์ชัน $\sin(\omega r)$ เพราะมีเฟสเริ่มต้นที่จุดศูนย์กลาง จึงทำการออกแบบความหนาแน่นประจุไฟฟ้า

เชิงปริมาตรดังสมการที่ (1) ถึง สมการที่ (4) ส่วน ω เป็นจำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้า ต่อมาเราใช้กฎของเกาส์ในการคำนวณหาสนามไฟฟ้า (E_f) และศักย์ไฟฟ้า (V_{Ep}) ต่อไป



ภาพที่ 1 ตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้า $+q_c$ C. ในระบบพิกัดฉากโดยมีปริมาตรเล็ก ๆ $d\tau' = d\ell_r d\ell_\theta d\ell_\phi$
(David, 1999)

จากภาพที่ 1 เรากำหนดปริมาตรเล็ก ๆ ของตัวนำทรงกลมในสามมิติ ขึ้นอยู่กับการกระจุกตัวในช่วงสั้น ๆ สามทิศทางตามแนวเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบพิกัดทรงกลมซึ่งงานวิจัยนี้เรากำหนด $\rho_v(r)$ คือ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร (Volume charge density) มีหน่วยเป็น C/m^3 (Atamp, 1990) มีความสัมพันธ์กับระยะทางจากจุดศูนย์กลางตามแนวรัศมี R_d เมตร ของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าดังกล่าว r ที่มีหน่วยเมตร ในการเรียนการสอนรายวิชา ฟิสิกส์ 2 นั้นมีส่วนของการหาสนามไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่มีค่าคงที่ จะทำให้การกระจายตัวของประจุไฟฟ้าเป็นแบบสม่ำเสมอ แต่ในความเป็นจริงความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรขึ้นอยู่กับตำแหน่ง ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้กำหนดความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร (Zuo, 2014; Hutem et. al., 2021; Kuaykaew et. al., 2016) เป็นฟังก์ชันไซน์ที่ขึ้นอยู่กระยะทาง r ของประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ภายในตัวนำทรงกลม (Thongsit et al., 2019; Masoongnoen et. al., 2021) ดังสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4)

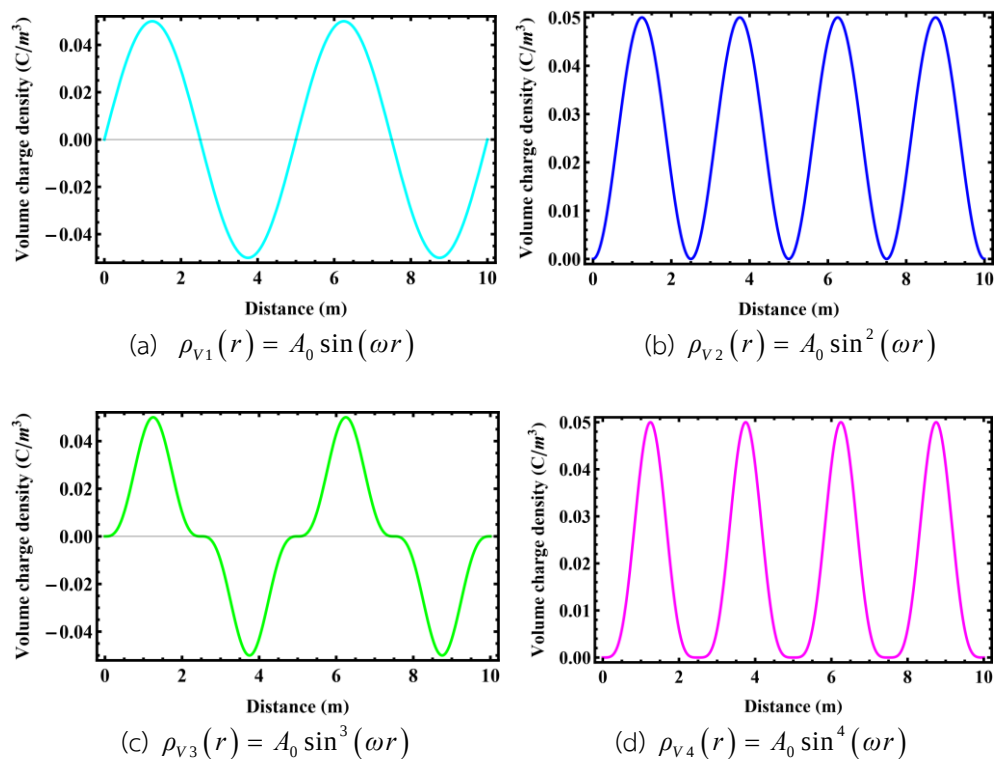
$$\rho_{v1}(r) = A_0 \sin(\omega r), \quad (1)$$

$$\rho_{v2}(r) = A_0 \sin^2(\omega r), \quad (2)$$

$$\rho_{v3}(r) = A_0 \sin^3(\omega r), \quad (3)$$

$$\rho_{v4}(r) = A_0 \sin^4(\omega r) \quad (4)$$

โดยที่ A_0 เป็นค่าคงตัวสัดส่วน (สมพงษ์ ใจดี, 2543) และ ω คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ประจุไฟฟ้า โดยงานวิจัยนี้มีเกณฑ์ในการกำหนดความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรเป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังต่างๆ ดังสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4) โดยพิจารณาจากลักษณะการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าอาจมีการสั่นชนิดแบบต่างๆ ของประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่อยู่ภายในตัวนำทรงกลมสอดคล้องการแจกแจงประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลม จึงกำหนดเป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังเริ่มต้นจาก 1 2 3 และ 4 (Hutem & Masoongnoen, 2021) เป็นต้น ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 แสดงกราฟของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ (Hutem & Masoongnoen, 2022)

จากภาพที่ 2 เป็นกราฟระหว่างความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรเทียบกับระยะทาง จากภาพที่ 2 (a) ถึง (d) การเพิ่มเลขชี้กำลังของฟังก์ชันไซน์จากเลขชี้กำลัง 1 ถึง 4 เรานำความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร ทั้ง 4 แบบไปคำนวณหาประจุไฟฟ้า, สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันระยะทางตามแนวรัศมี R_d เมตร ในความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรเป็นฟังก์ชันไซน์ที่เป็นเลขชี้กำลังคู่จะทำให้มีส่วนเป็นบวกเท่านั้นจึงทำให้การคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้า, สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่แสดงเป็นกราฟเป็นฟังก์ชันเพิ่มแบบ Exponential function เป็นต้น ต่อไปคำนวณหาค่าประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ โดยสมมติปริมาตรเล็ก ๆ $d\tau' = d\ell_r d\ell_\theta d\ell_\phi$ โดยที่มี $d\ell_r = dr$ คือ การกระจัดในช่วงสั้น ๆ ในทิศทางเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวรัศมี $\hat{r}$, $d\ell_\theta = r d\theta$ คือ การกระจัดในช่วงสั้น ๆ ในทิศทางเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวมุม $\hat{\theta}$ และ $d\ell_\phi = r \sin(\theta) d\phi$ คือ การกระจัดในช่วงสั้น ๆ ในทิศทางเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวมุม $\hat{\phi}$ และ ความหนา $d\ell$ เมตร ณ ระยะทาง r เมตร จากจุดศูนย์กลางของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้า ซึ่งมีประจุไฟฟ้าน้อยยิ่ง (Riley et. al., 2006; David, 1999) ดังนี้

$$dq_C = \rho_V(r) d\tau' = \rho_V(r) r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\phi \quad (5)$$

$$q_C = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \rho_V(r) r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\phi \quad (6)$$

มีประจุไฟฟ้าหน่วยของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าในระบบพิกัดทรงกลมของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรแต่ละตัว (Zuo, 2014; Maglaras & Maglaras, 2004) ดังสมการที่ (7)-(10)

$$dq_{C1} = \rho_{V1}(r)(4\pi r^2)dr \quad (7)$$

$$dq_{C2} = \rho_{V2}(r)(4\pi r^2)dr \quad (8)$$

$$dq_{C3} = \rho_{V3}(r)(4\pi r^2)dr \quad (9)$$

$$dq_{C4} = \rho_{V4}(r)(4\pi r^2)dr \quad (10)$$

แทนสมการที่ (1) ถึงสมการที่ (4) ลงในสมการที่ (7) –(10) และทำการอินทิเกรตทีละส่วน จะได้ประจุไฟฟ้าหน่วยของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V1}(r) = A_0 \sin(\omega r)$ ดังสมการที่ (7)

$$dq_{C1} = A_0 \sin(\omega r)(4\pi r^2)dr, q_{C1} = 4\pi A_0 \int_0^{R_d} r^2 \sin(\omega r)dr$$

$$q_{C1}(R_d) = 4\pi A_0 \left[\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right] \quad (11)$$

ต่อไปนำสมการที่ (11) เป็นสมการประจุไฟฟ้าซึ่งสามารถคำนวณหาสนามไฟฟ้า (E_{f1}) (Zuo, 2014) และศักย์ไฟฟ้า (V_{Ep}) ที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ของตัวนำทรงกลมภายใต้ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V1}(r) = A_0 \sin(\omega r)$ โดยใช้กฎของเกาส์ $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = q_C / \epsilon_0$ และ $V_{Ep} = q_{C1} / 4\pi\epsilon_0 r_s$ (Generazio, 2017; Gerald & Daniel, 2007) จะได้ดังสมการที่ (12) และสมการที่ (13)

$$E_{f1}(R_d) = \frac{A_0}{\epsilon_0 r_s^2} \left[\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right], \quad (12)$$

$$V_{Ep1}(R_d) = \frac{A_0}{\epsilon_0 r_s} \left[\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right] \quad (13)$$

โดยที่ $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2 / (Nm)^2$ คือ สภาพยอมของอวกาศหรือสุญญากาศ และ r_s คือ รัศมีของผิวเกาส์เขียนทรงกลม ต่อไปคำนวณหาประจุไฟฟ้าหน่วยของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V2}(r) = A_0 \sin^2(\omega r)$ ดังสมการที่ (14)

$$dq_{C2} = A_0 \sin^2(\omega r)(4\pi r^2)dr, q_{C2} = 4\pi A_0 \int_0^{R_d} r^2 \sin^2(\omega r)dr$$

$$q_{C2}(R) = 2\pi A_0 \left[\frac{R_d^3}{3} - \left(\frac{R_d}{2\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{2\omega} - \frac{1}{4\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right] \quad (14)$$

จากสมการที่ (14) นำไปคำนวณหาสนามไฟฟ้า (Zuo, 2014) และศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ของตัวนำทรงกลมภายใต้ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V2}(r)$ โดยใช้กฎของเกาส์ จะได้ดังสมการที่ (15) และสมการที่ (16)

$$E_{f2}(R) = \frac{A_0}{2\epsilon_0 r_s^2} \left[\frac{R_d^3}{3} - \left(\frac{R_d}{2\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{2\omega} - \frac{1}{4\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right] \quad (15)$$

$$V_{Ep2}(R) = \frac{A_0}{2\epsilon_0 r_s} \left(\frac{R_d^3}{3} - \left(\frac{R_d}{2\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{2\omega} - \frac{1}{4\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right) \quad (16)$$

ต่อไปคำนวณหาประจุไฟฟ้าภายในของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V3}(r) = A_0 \sin^3(\omega r)$ ดังสมการที่ (17)

$$\begin{aligned} dq_{C3} &= A_0 \sin^3(\omega r) (4\pi r^2) dr, q_{C3} = 4\pi A_0 \int_0^{R_d} r^2 \sin^3(\omega r) dr \\ q_{C3} &= 4\pi A_0 \int_0^{R_d} r^2 \left(\frac{3}{4} \sin(\omega r) - \frac{1}{4} \sin(3\omega r) \right) dr \\ q_{C3}(R) &= \pi A_0 \left(3 \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right) - \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{2R_d}{9\omega^2} \sin(3\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{27\omega^3} - \frac{R_d^2}{3\omega} \right) \cos(3\omega R_d) \right) - \frac{2}{27\omega^3} \right) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

จากสมการที่ (17) นำไปคำนวณหาสนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตรของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าภายใต้ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V3}(r) = A_0 \sin^3(\omega r)$ โดยใช้กฎของเกาส์ จะได้ดังสมการที่ (18) และสมการที่ (19)

$$\begin{aligned} E_{f3}(R_d) &= \frac{A_0}{4\epsilon_0 r_s^2} \left(\left(3 \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{2R_d}{9\omega^2} \sin(3\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{27\omega^3} - \frac{R_d^2}{3\omega} \right) \cos(3\omega R_d) \right) - \frac{2}{27\omega^3} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} V_{Ep3}(R_d) &= \frac{A_0}{4\epsilon_0 r_s} \left(\left(3 \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \sin(\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{\omega^3} - \frac{R_d^2}{\omega} \right) \cos(\omega R_d) \right) - \frac{2}{\omega^3} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{2R_d}{9\omega^2} \sin(3\omega R_d) + \left(\left(\frac{2}{27\omega^3} - \frac{R_d^2}{3\omega} \right) \cos(3\omega R_d) \right) - \frac{2}{27\omega^3} \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (19)$$

ต่อไปคำนวณหาประจุไฟฟ้าภายในของตัวนำทรงกลมประจุไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V4}(r) = A_0 \sin^4(\omega r)$ ดังสมการที่ (20)

$$\begin{aligned} dq_{C4} &= A_0 \sin^4(\omega r) (4\pi r^2) dr, q_{C4} = 4\pi A_0 \int_0^{R_d} r^2 \sin^4(\omega r) dr, \\ q_{C4}(R) &= \frac{\pi A_0}{2} \left(R_d^3 - \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{2R_d^2}{\omega} - \frac{1}{\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2R_d}{16\omega^2} \cos(4\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{4\omega} - \frac{2}{64\omega^3} \right) \sin(4\omega R_d) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (20)$$

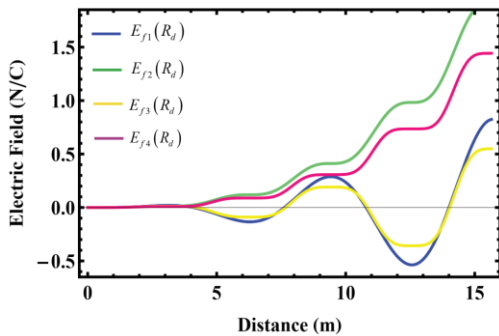
จากสมการที่ (20) นำไปคำนวณหาสนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ของตัวนำทรงกลมภายใต้ ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{v4}(r)$ โดยใช้กฎของเกาส์ จะได้สมการที่ (21) และสมการที่ (22)

$$E_{f4}(R_d) = \frac{A_0}{8\epsilon_0 r_s^2} \left(R_d^3 - \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{2R_d^2}{\omega} - \frac{1}{\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2R_d}{16\omega^2} \cos(4\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{4\omega} - \frac{2}{64\omega^3} \right) \sin(4\omega R_d) \right) \right) \right) \quad (21)$$

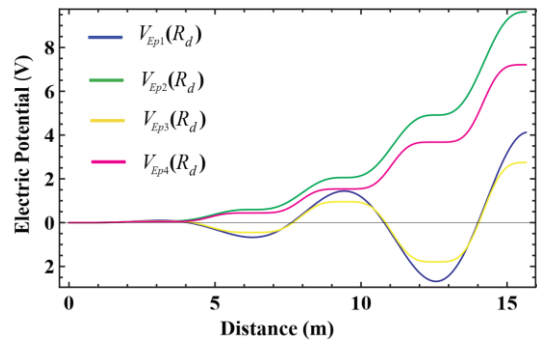
$$V_{Ep4}(R_d) = \frac{A_0}{8\epsilon_0 r_s} \left(R_d^3 - \left(\frac{2R_d}{\omega^2} \cos(2\omega R_d) + \left(\left(\frac{2R_d^2}{\omega} - \frac{1}{\omega^3} \right) \sin(2\omega R_d) \right) \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2R_d}{16\omega^2} \cos(4\omega R_d) + \left(\left(\frac{R_d^2}{4\omega} - \frac{2}{64\omega^3} \right) \sin(4\omega R_d) \right) \right) \right) \quad (22)$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ผลการคำนวณหาสนามไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_v(r)$ ทั้ง 4 แบบสอดคล้องตามสมการที่ (12) (15) (18) และสมการที่ (21) ซึ่งสมการดังกล่าวแสดงเป็นกราฟได้ดังภาพที่ 3(a) และผลการคำนวณหาศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_v(r)$ ทั้ง 4 แบบสอดคล้องตามสมการที่ (13) (16) (19) (22) ตามลำดับซึ่งงานวิจัยนี้พิจารณา $r_s < R_d$ ซึ่งสมการดังกล่าวแสดงกราฟได้ดังภาพที่ 3(b)



(a) สนามไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของ R_d



(b) ศักย์ไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของ R_d

ภาพที่ 3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับระยะทาง R_d เมตร และกราฟแสดงความสัมพันธ์

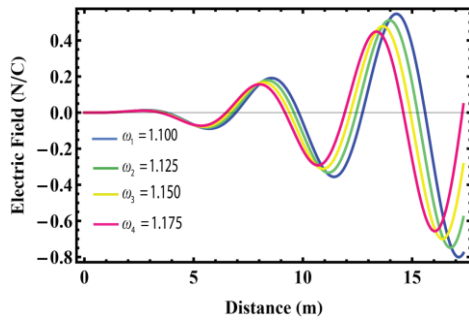
ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับระยะทาง R_d เมตร (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับระยะทาง

R_d เมตร ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ เส้นกราฟสีน้ำเงินแทนสนามไฟฟ้า

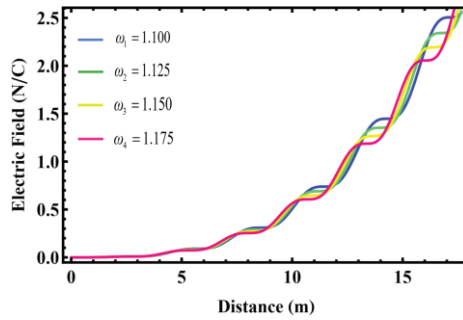
$E_{f1}(R_d)$, เส้นกราฟสีเขียวแทนสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ เส้นกราฟสีเหลืองแทนสนามไฟฟ้า

$E_{f3}(R_d)$ เส้นกราฟสีบานเย็นแทนสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ ตัวแปรควบคุมมีดังนี้ $A_0 = 0.085$,

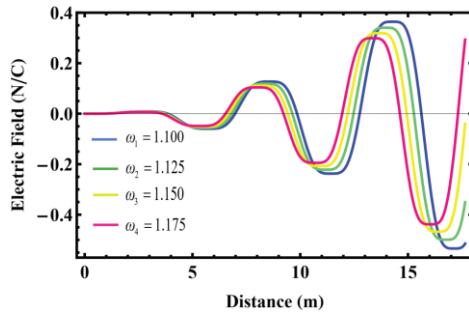
$r_s = 5.0 \text{ m}$. และ $R_d = 15.65 \text{ m}$. และ ω คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ประจุไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 1 (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับระยะทาง R_d เมตร ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ เส้นกราฟสีน้ำเงินแทนศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ ส่วนเส้นกราฟสีเขียวแทน ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep2}(R_d)$ เส้นกราฟสีเหลืองแทนศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep3}(R_d)$ เส้นกราฟสีชมพูแทน ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep4}(R_d)$ ตัวแปรควบคุมมีดังนี้ $A_0 = 0.085$, $r_s = 5.0 \text{ m}$. และ $R_d = 15.65 \text{ m}$. ω คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ประจุไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ 1



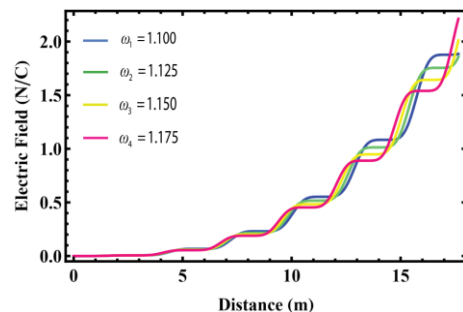
(a) แสดงสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$



(b) แสดงสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$

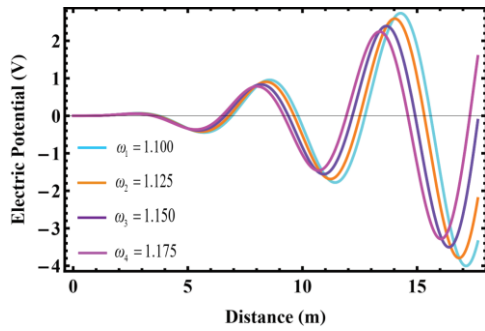
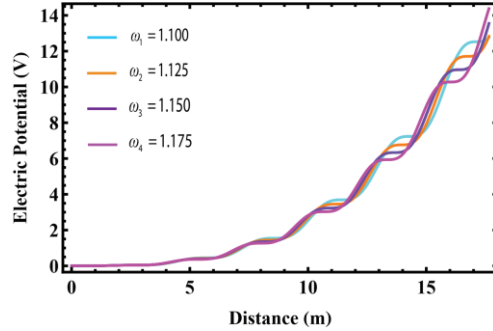
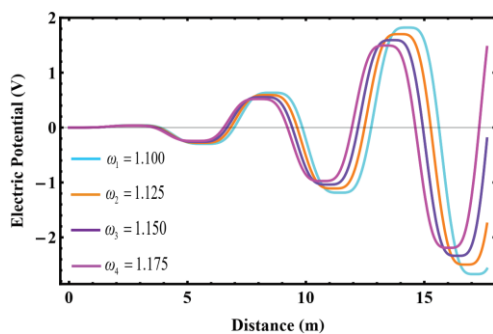
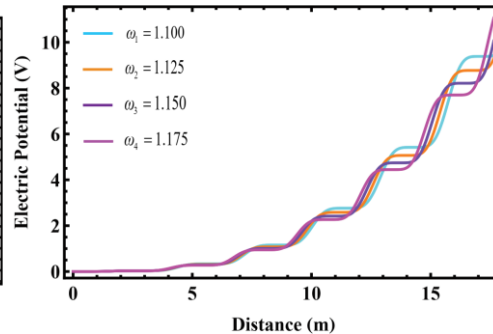


(c) แสดงสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$



(d) แสดงสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$

ภาพที่ 4 สนามไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ทั้ง 4 แบบ ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิง ปริมาตรทั้ง 4 แบบ ในกรณีเมื่อ ω เป็นจำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเปลี่ยนค่าเป็น 4 ค่าดังนี้ เส้นสีน้ำเงิน $\omega_1 = 1.100$ เส้นสีเขียว $\omega_2 = 1.125$ เส้นสีเหลือง $\omega_3 = 1.150$ เส้นสีบานเย็น $\omega_4 = 1.175$ (a) แสดงกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำ ทรงกลมตามความดังกล่าว (b) แสดงกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้า ภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว (c) แสดงกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่น ประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว (d) แสดงกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ ที่มี ค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว

(a) ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ (b) ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep2}(R_d)$ (c) ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep3}(R_d)$ (d) ศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep4}(R_d)$

ภาพที่ 5 ศักย์ไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง R_d เมตร ทั้ง 4 แบบ ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ ในกรณีเมื่อ ω เป็นจำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้า เปลี่ยนค่าเป็น 4 ค่าดังนี้ เส้นสีน้ำทะเล $\omega_1 = 1.100$ เส้นสีน้ำตาล $\omega_2 = 1.125$ เส้นสีม่วง $\omega_3 = 1.150$ เส้นสีชมพู $\omega_4 = 1.175$ (a) แสดงกราฟศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว (b) แสดงกราฟศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep2}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว (c) แสดงกราฟศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep3}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว (d) แสดงกราฟศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep4}(R_d)$ ที่มีค่าความถี่การสั่นประจุไฟฟ้าภายในตัวนำทรงกลมตามความดังกล่าว

จากภาพที่ 3(a) กราฟสนามไฟฟ้าเส้นสีน้ำเงิน เป็นกราฟของสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ ดังสมการที่ (12) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{v1}(r) = A_0 \sin(\omega r)$ ซึ่ง ลักษณะของสนามไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร กราฟสนามไฟฟ้าเส้นสีเขียว เป็นกราฟของสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ ดังสมการที่ (15) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{v2}(r) = A_0 \sin^2(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของสนามไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร และการสั่นของสนามไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้น (Exponential function) อย่างรวดเร็วมากกว่าสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ กราฟสนามไฟฟ้าเส้นสีเหลือง เป็นกราฟของสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ ดังสมการที่ (18) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้า

เชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันไซน์ $\rho_{V3}(r) = A_0 \sin^3(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของสนามไฟฟ้าที่เป็นแบบการสั่นเป็นแบบคาบช่วงกว้างขึ้น และแปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร ต่อมากราฟสนามไฟฟ้าเส้นสืบนั่น เป็นกราฟของสนามไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม $E_{f4}(R_d)$ ดังภาพที่ 1 ดังสมการที่ (21) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V4}(r) = A_0 \sin^4(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของสนามไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร และการสั่นของสนามไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วมากกว่าสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ และ $E_{f3}(R_d)$ ตามลำดับ แสดงว่าถ้าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคู่ จะทำให้ค่าสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ มีลักษณะสั่นแบบคาบที่เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ส่วนความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคี่จะค่าสนามไฟฟ้ามีลักษณะสั่นแบบคาบเท่านั้น และช่วงความกว้างของการสั่นมากขึ้น

จากภาพที่ 3(b) เส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีฟ้าเงิน เป็นกราฟของศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ ดังสมการที่ (13) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V1}(r) = A_0 \sin(\omega r)$ ซึ่งลักษณะของสนามไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร ต่อมาเส้นกราฟศักย์ไฟฟ้าสีเขียว เป็นกราฟของศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep2}(R_d)$ ดังสมการที่ (16) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V2}(r) = A_0 \sin^2(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของศักย์ไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร และการสั่นของศักย์ไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้น (Exponential function) อย่างรวดเร็วมากกว่าศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ ต่อมากราฟศักย์ไฟฟ้าเส้นสีเหลือง เป็นกราฟของศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep3}(R_d)$ ดังสมการที่ (19) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V3}(r) = A_0 \sin^3(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของศักย์ไฟฟ้าที่เป็นแบบการสั่นเป็นแบบคาบช่วงกว้างขึ้น และแปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร กราฟศักย์ไฟฟ้าเส้นสีชมพู เป็นกราฟของศักย์ไฟฟ้า $V_{Ep4}(R_d)$ ดังสมการที่ (22) ซึ่งสอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{V4}(r) = A_0 \sin^4(\omega r)$ ซึ่งมีลักษณะของศักย์ไฟฟ้ามีการสั่นเป็นแบบคาบ แปรผันตรงกับระยะทาง R_d เมตร และการสั่นของศักย์ไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วมากกว่าสนามไฟฟ้า $V_{Ep1}(R_d)$ และ $V_{Ep3}(R_d)$ ตามลำดับ ต่อไปเป็นการอภิปรายผลของการคำนวณหาสนามไฟฟ้าทั้ง 4 แบบ (เป็นตัวแปรตาม) ที่สอดคล้องกับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 แบบ ตามสมการที่ (1)-(4) ในกรณีที่พารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเปลี่ยน จาก $\omega_1 = 1.100$ $\omega_2 = 1.125$ $\omega_3 = 1.150$ และ $\omega_4 = 1.175$ (เป็นตัวแปรต้น) ดังภาพที่ 4 ดังนี้ จากภาพที่ 4(a) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ กับระยะทาง R_d เมตร เมื่อความถี่เปลี่ยน ดังนี้ เส้นกราฟสีน้ำเงินเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_1 = 1.100$ เส้นกราฟสีเขียวเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_2 = 1.125$ เส้นกราฟสีเหลืองเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_3 = 1.150$ เส้นกราฟสีบานเย็นเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_4 = 1.175$ ถ้าปริมาณพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการสั่นประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ปริมาณสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ มีขนาดลดลง และจะทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีคาบของการสั่นในช่วงเวลาน้อยลง

จากภาพที่ 4(b) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ กับ ระยะทาง R_d เมตร เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเปลี่ยน ดังนี้ เส้นกราฟสีน้ำเงินเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_1 = 1.100$ เส้นกราฟสีเขียวเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_2 = 1.125$ เส้นกราฟสีเหลืองเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_3 = 1.150$ เส้นกราฟสีบานเย็นเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_4 = 1.175$ ถ้าปริมาณความถี่มีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ปริมาณสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ มีขนาดลดลง และจะทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีคาบของการสั่นในช่วงเวลาน้อยลง และการสั่นของสนามไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้น (Exponential function) เนื่องจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_{v2}(r) = A_0 \sin^2(\omega r)$ มีการใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติซึ่งมีค่าคงที่ 1 เมื่อเรานิยามแล้วทอมของลักษณะฟังก์ชันพหุนาม (R_d) เกิดขึ้นจึงทำให้ค่าของสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ อย่างรวดเร็วมากกว่าสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ และ $E_{f3}(R_d)$ จากภาพที่ 4(c) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ กับ ระยะทาง R_d เมตร เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเปลี่ยน ดังนี้ เส้นกราฟสีน้ำเงินเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_1 = 1.100$ เส้นกราฟสีเขียวเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_2 = 1.125$ เส้นกราฟสีเหลืองเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_3 = 1.150$ เส้นกราฟสีบานเย็นเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_4 = 1.175$ ถ้าปริมาณพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ปริมาณสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ มีขนาดลดลง และจะทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีคาบของการสั่นในช่วงเวลาน้อยลง และช่วงการสั่นขึ้นของสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะคงที่ในช่วงระยะทาง R_d เมตร ในทำนองเดียวกัน ช่วงการสั่นลงของสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะคงที่ในช่วงระยะทาง R_d เมตร เหมือนกันเมื่อเทียบกับการสั่นของสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ และขนาดของสนามไฟฟ้า $E_{f3}(R_d)$ มีค่าน้อยกว่าขนาดสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$

จากภาพที่ 4(d) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ กับ ระยะทาง R_d เมตร เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเปลี่ยน ดังนี้ เส้นกราฟสีน้ำเงินเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_1 = 1.100$ เส้นกราฟสีเขียวเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_2 = 1.125$ เส้นกราฟสีเหลืองเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_3 = 1.150$ เส้นกราฟสีบานเย็นเป็นกราฟสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ เมื่อพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้าเป็น $\omega_4 = 1.175$ ถ้าปริมาณพารามิเตอร์จำนวนเท่าของการส่งประจุไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ปริมาณสนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ มีขนาดลดลง และจะทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีคาบของการสั่นในช่วงเวลาน้อยลง และการสั่นของขนาดสนามไฟฟ้ามีลักษณะเพิ่มขึ้น (Exponential function) อย่างรวดเร็วมากกว่าสนามไฟฟ้า $E_{f1}(R_d)$ และ $E_{f3}(R_d)$ แต่ขนาดของ

สนามไฟฟ้า $E_{f4}(R_d)$ มีค่าน้อยกว่าขนาดสนามไฟฟ้า $E_{f2}(R_d)$ ทำนองเดียวกัน ดังภาพที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้าทั้ง 4 แบบขึ้นอยู่กับความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าแบบฟังก์ชันไซน์ $V_{Ep1}(R_d)$ ถึง $V_{Ep4}(R_d)$ กับระยะทาง R_d เมตร จะมีลักษณะคล้ายกับสนามไฟฟ้า ดังภาพที่ 4

สรุป

การคำนวณหาสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมภายใต้ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าแบบฟังก์ชันไซน์ที่มีการเปลี่ยนแปลงของเลขชี้กำลังจาก 1 ถึง 4 เราสรุปความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้ากับระยะทาง R_d เมตร ภายใต้ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าแบบฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคี่ 1 และ 3 ลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าเป็นแบบการสั่นคาบตลอดช่วงของระยะทาง R_d เมตร ทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีการสั่นเป็นลักษณะคลื่น ในส่วนของความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าแบบฟังก์ชันไซน์ที่มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคู่ 2 และ 4 ลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าเป็นแบบการสั่นคาบตลอดช่วงของระยะทาง R_d เมตร แต่สนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้น (Exponential function) อย่างรวดเร็วกว่าเลขคี่ และทำให้ประจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมมีการสั่นเป็นลักษณะคลื่น เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ครั้งหน้าควรพิจารณาลักษณะการกระจายตัวของตัวนำแบบสุ่มโดยใช้ความหนาแน่นเชิงปริมาตรเป็นฟังก์ชันสุ่มของตรีโกณมิติ และสามารถนำสมการของประจุไฟฟ้าไปคำนวณหากระแสไฟฟ้าแบบฮาร์โมนิกได้ (Hadkhuntod, 2021)

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- สมพงษ์ ใจดี. (2543). **ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 3**, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ, 16-80.
- Atamp, A. (1990). **Introduction to classical mechanics**. Prentice-Hall, United States America, pp.20-63.
- David, J.G. (1999). **Introduction to electrodynamics**. (3th ed.). New Jersey, Prentice-Hall International, Inc. pp. 58-70.
- Generazio, E.R. (2017). Electric Potential and Electric Field Imaging, **AIP Conference Proceeding** 1806, 0200251-02002512, Published by AIP Publishing.
- Gerald, L.P., & Daniel R.S. (2007). A finite line of charge. **American Journal of Physics**, 75, 485-486.

- Hadkhuntod, K. (2021). STUDY OF HARMONIC DISTORTION OF OUTPUT CURRENT IN A SINGLE-PHASE BRIDGE CONTROL RECTIFIER WITH A CAPACITOR. **VRUResearch and Development Journal Science and Technology**, 16(2), 117-129.
- Hutem, A., & Masoongnoen, N. (2021). SOLVE THE SERIES OF RLC CIRCUIT VIA THE TIME-DEPENDENT VOLTAGE SINE FUNCTION USING WRONSKIAN' S OF DIFFERENTIAL EQUATION. **PSRU Journal of Science and Technology**, 6(2), 22-35.
- Hutem, A., & Masoongnoen, N. (2022). The studying the behavior of the electric charge, electric field, and electric potential of the virtual-conductor under the volume charge density. **Journal of Earth Science, Astronomy and Space**, 5(1), 66-77.
- Hutem, A, Suwanwong S, Ellis T., & Masoongnoen N. (2021). Determination of the Time-Dependent Velocity for Charged Particle via Cosine Electrostatic Function. **Journal of Earth Science, Astronomy and Space**, 4(1), 46-57.
- Kuaykaew, S., Kerdmee, S., Banyenugam, P., Moonsri, P., & Hutem A. (2016). The Analytical Description of Projectile Motion of Cricket Ball in a Linear Resisting Medium the Storm Force. **Applied Mechanics and Materials**, 855, 188-191.
- Lorrain, P., & Corson, D.R., (1972), **Electromagnetic fields and wave** (2rd ed.), San Francisco, W.H. Freeman and company, PP.40-61.
- Maglaras, A., & Maglaras, L. (2004). Modeling and analysis of electric field distribution in air gaps, stressed by breakdown voltages. **International Conference WSEAS MACTEE**, pp. 1-7, T.E.I. of Larissa, Greece Athens.
- Masoongnoen, N., Moonsri, P., Ellis, T., Suwanwong, S., & Hutem, A. (2021). Calculation of Electric Field from Continuous Charge Distribution on Linear Charge Density of Sine Function for Damped-Oscillatory Motion. **Journal of Earth Science, Astronomy and Space**, 4(1), 57-69.
- Riley, K. F., Hobson, M. P., & Bence, S. J. (2006). **Mathematical Methods for Physics and Engineering**. (3th ed.). New York: Cambridge University Press, pp. 468-490.
- Thongsit, N., Sangnok, Y., & Hutem, A. (2019). Mathematical modeling and the physics of electric field on non-symmetric linear charge density for damped-oscillatory motion. **Journal of Earth Science, Astronomy and Space**, 1(1), 64-72.
- Zuo, F. (2014). A geometric method to determine the electric field due to a uniformly charged line segment. **American Journal of Physics**, 83, 567-569.